الكتاب الأول	التطورات الرتـيبة
الوحدة 03	دراسة ظواهر كهربــائية
	الدرس الأول — GUEZOURI Aek – lycée Maraval - Oran

21 / 11 / 2014

في هذا الدرس نغذي دارة كهربائية بواسطة منبع للتيار أو منبع للتوتر ونستعمل أجهزة لقياس التيار في الدارة والتوترات بين مختلف نقط الدارة ، وهذا جدول يجمع المغذّي (بكسر الذال) والمغذّى (بفتح الذال) وأجهزة القياس .

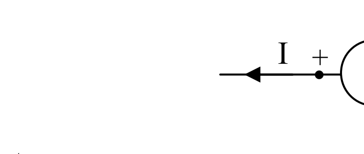
المغذّي	المغذّى	أجهزة القيــاس
	- النــاقل أومي	- الأمبير متر
- مولّد للتيار (منبع التيار)	- المكثّفة	- الفولطمتر
- مولّد للتوتر (منبع التوتّر)	- الوشيعة	- راسم الاهتزاز المهبطي

بماذا نغذّي ؟

1 - مولّد التيــار : Un générateur de courant أو Une source de courant

هو مولّد يُعطي تيارا ثــابتا مهما كانت الدارة التي يُغذّيها .

رمزه : شكل التيــار الذي يعطيه :



هذا معناه أن عند غلق القاطعة في دارة يغذّيها مولّد للتيــار فإن في اللحظة $t = 0$ ، تنتقل قيمة شدة التيار من القيمة صفر إلى القيمة I في مدة زمنية عمليا تساوي الصفر .

ملاحظة : نستعمل منبع التيار في هذا الدرس فقط لشحن مكثّفة .

2 – مولّد التوتر : Un générateur de tension أو Une source de tension

رمزه : E أو + − ، شكل التوتر بين طرفيه : (u ، E ، t)

هذا معناه أن عند غلق القاطعة في دارة يغذّيها مولّد للتوتّر فإن في اللحظة $t = 0$ ، تنتقل قيمة التوتّر بين قطبيه من القيمة صفر إلى القيمة E في مدة زمنية عمليا تساوي الصفر إذا كان المولّد مثاليا .

مميّزاته :

- القوّة المحركة الكهربائية (E) ، وهي قيمة التوتّر بين طرفيه عندما لا يكون مربوطا لأية دارة ، تقاس بالفولط (V) .

- مقـاومته الداخلية (r) : إذا كانت هذه المقاومة معدومة $(r \simeq 0)$ ، نقول عن المولّد أنه مثالي ، لأن أصلا التوتر بين طرفيه لما يكون مربوطا لدارة كهربائية هو $u = E - ri$ ، فإذا كانت $r = 0$ ، فإن التوتر بين طرفيه يصبح $u = E$ سواء كان مربوطا أو غير مربوط ونسمّيه **'مولّد مثالي'** .

التوتر بين طرفي المولّد المثالي : $U_{AB} = E$

(i ، A + − B ، $U_{AB} = V_A - V_B$) حيث V_A هو كمون النقطة A و V_B هو كمون النقطة B

ملاحظة : كل مولدات التوتر التي نستعملها في هذا الدرس هي مولّدات مثالية .

ماذا نغذّي ؟

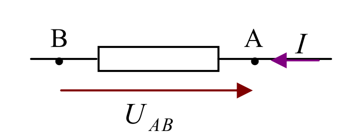
1 – الناقل الأومي : عنصر كهربائي مصنوع عادة من مزائج معدنية تقاوم مرور التيار ، يحوّل كل الطاقة الكهربائية التي يستقبلها إلى حرارة بفعل جول .

رمزه :

ميزته : هي مقاومته R وتقاس بالأوم (Ohm) ورمزه (Ω) ، أي أن قيمة هذه المقاومة يكتبها عليه الصانع ، فهي تبقى ثابتة مهما كانت الدارة التي يُربط فيها .

ملاحظة : أحيانا نعبّر عن المقاومة بالكيلو أوم $(1k\Omega = 10^3\Omega)$ ، أو الميغا أوم $(1M\Omega = 10^6\Omega)$

التوتر بين طرفي ناقل أومي : $U_{AB} = RI$



نمثّل التوتر بين نقطتين بسهم موجّه عكس جهة التيار ، أي أنه متّجه من النقطة ذات الكمون الأصغر (V_B) نحو النقطة ذات الكمون الأكبر (V_A) ، حيث أن $U_{AB} = V_A - V_B$

الكمون يكون أكبر في النقطة التي يصلها i وأصغر في النقطة التي يغادرها i .

ربط النواقل الأومية :

- على التسلسل :

R_1 R_2 $\Leftarrow$ $R_{éq}$

$$R_{éq} = R_1 + R_2 + \ldots$$

- على التفرّع (أو التوازي) :

R_2 R_1 $\Leftarrow$ $R_{éq}$

$$\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

ملاحظة : عند الربط على التسلسل نحصل على مقاومة أكبر من الكبيرة .

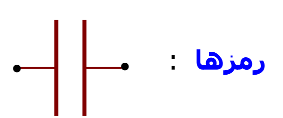
عند الربط على التفرّع نحصل على مقاومة أصغر من الصغيرة .

2 – المكثّفة :

نهتمّ فقط بالمكثّفة المسطّحة ، وهي عبارة عن صفيحتين معدنيتن متوازيتين ناقلتين يفصْل بينهما عازل كهربائي .

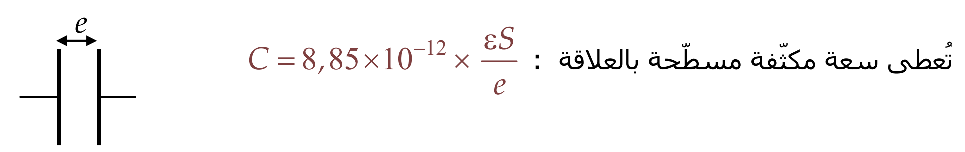
تسمّى الصفيحتان ' لَبُوسـا المكثّفة ' (المفرد : لَبُوس) .

رمزها :



ميزتها : هي سعتها (C) ، والتي تعبّر عن مدى استيعاب المكثّفة للكهرباء ، وتُقاس بالفاراد $(Farad)$ ورمزه (F) .

تُعطى سعة مكثّفة مسطّحة بالعلاقة : $C = 8,85 \times 10^{-12} \times \frac{\varepsilon S}{e}$



حيث e هو سمك العازل و ε هو ثابت يتعلّق بطبيعة العـازل (بالنسبة للهواء $\varepsilon = 1$) ، S هو سطح أحد اللبوسين .

- الفاراد قيمة كبيرة جدا بالنسبة لسعة مكثفة مسطّحة ، لهذا نعبّر عن السعة بأجزاء الفاراد ، منها :

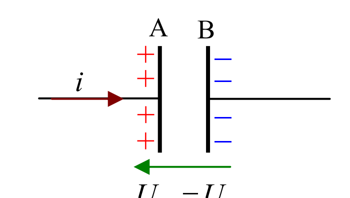
الميكروفاراد (μF) : $1\ \mu F = 10^{-6}\ F$ النانو فاراد (ηF) : $1\ \eta F = 10^{-9}\ F$

- عندما نشحن مكثّفة تتجمّع على أحد لبوسيها شحنة كهربائية موجبة $(+Q)$ وعلى اللبوس الآخر شحنة كهربائية سالبة $(-Q)$.

وعندما نتكلّم عن شحنة مكثّفة نقول اختصارا : شحنتها Q .

ملاحظة : المكثّفة تُخزّن الطاقة الكهربائية ، على عكس الناقل الأومي الذي يحوّلها كلها إلى حرارة .

- **التوتر بين طرفي مكثّفة** : $U_{AB}=\dfrac{Q}{C}$



ملاحظة : إني أسمعك وأنت تقول : كيف يمكن للتيار أن يمر رغم أن بين اللبوسين يوجد عازل كهربائي ؟ وأنا أقول لك : لا تتعجّل سأشرح لك هذا لما يحين الوقت ...

- خلال المدة الزمنية Δt تكتسب المكثفة شحنة ΔQ عندما يمر تيار I في الدارة ، حيث :

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- وفي مدة زمنية قصيرة dt تكتسب المكثفة شحنة صغيرة dq عندما يمر في الدارة تيار i ، حيث $i=\dfrac{dq}{dt}$

أي مشتق الشحنة المتغيّرة بالنسبة للزمن .

- من خصائص المكثّفة أنها تُشحن وتُفرّغ كذلك .

ربط المكثفات :

- على التسلسل : C_1 C_2 $\Rightarrow$ C ، حيث $\dfrac{1}{C_{éq}}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$. السعة المكافئة أصغر من الصغيرة

- على التفرع : C_1 C_2 $\Rightarrow$ C ، حيث $C_{éq}=C_1+C_2$. السعة المكافئة أكبر من الكبيرة

3 – الوشيعة

عبارة عن سلك ناقل ملفوف على شكل حلقات . (السنة الثانية ثانوي) .

رمزها :

مميّزاتها :

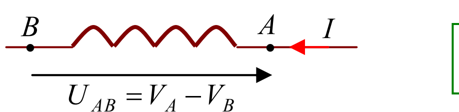
• مقـاومتها (r) : نسمّيها أحيانا : المقاومة الداخلية للوشيعة . وهي مقاومة السلك الذي صنعنا منه الوشيعة ، شأنها شأن مقاومة الناقل الأومي .

• ذاتيّتها (L) : (L'inductance) ، هذه الميزة منشؤها يكمن في لولبية السلك ، حيث لا نتكلم عن هذه الميزة عند سلك غير ملفوف . تُقاس الذاتية (نسمّيها أحيانا معامل تحريض الوشيعة) بالهنري (Henry) ، رمزه (H) .

- تتعلق الذاتية فقط بالأبعاد الهندسية للوشيعة (طولها ، نصف قطرها ، عدد لفاتها) ، ويمكن تغييرها بوضع صفائح حديدية داخلها . نسمّي هذه الصفائح : نواة حديدية .

- عندما يمر في الوشيعة تيار شدّته ثابتة ، أي شكله هكذا :

فإن الوشيعة تسلك سلوك ناقل أومي ، أي أن التوتر بين طرفيها :



$$U_{AB}=rI$$

- إذا مرّ في الوشيعة تيار متغيّر ، مثلا شكله هكذا :

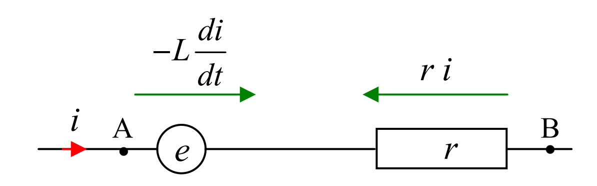
فإن الوشيعة تصبح منشأ لقوّة محركة كهربائية (e) تسمى القوة المحركة الكهربائية المتحرّضة ، أي أن الوشيعة تصبح بمثابة مولّد يُصدر تيارا يحاول منع تطبيق التيار الذي يمر فيها ، وتُعطى هذه القوة المحرّكة الكهربائية بقانون لنز $(Lenz)$:

$$e=-L\frac{di}{dt}$$

حيث $\dfrac{di}{dt}$ هو مشتق شدة التيار بالنسبة للزمن .

التوتر بين طرفي الو شيعة : $u_{AB} = ri - e$ ، أي :

$$u_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}$$



الدارة المكافئة لوشيعة مقاومتها r وذاتيتها L

لاحظ أنه عندما يصبح التيار ثابتا يكون $\frac{di}{dt} = 0$ ، ويكون عندها $U_{AB} = rI$ ، أي تصبح الوشيعة ناقلا أوميا في سلوكها .

ملاحظة عامة :

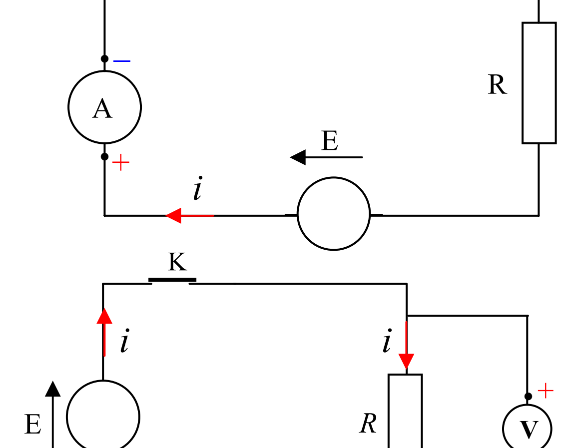
نسمي كل من المولدين والناقل الأومي والمكثّفة والوشيعة عناصر كهربائية ، كما نسميها كذلك **ثنائيات أقطاب**، ويمكن أن نحصل على ثنائي قطب بربط أكثر من عنصر . فمثلا ناقل أومي مربوط مع مكثفة نسميه ثنائي القطب RC .

أجهزة القيـاس

1 – الأمبير متر (L'ampèremètre) :

يربط دائما على التسلسل مع عناصر الدارة .

مقاومته صغيرة جدا ، وبالتالي نهملها حتى لا تؤثّر على شدة التيار في الدارة .



2 – الفولطمتر (Le voltmètre) :

يُربط على التفرع بين نقطتين نريد قيـاس التوتر بينهما .

مقاومته كبيرة جدّا حتى يُمكن إهمال التيار المار به .

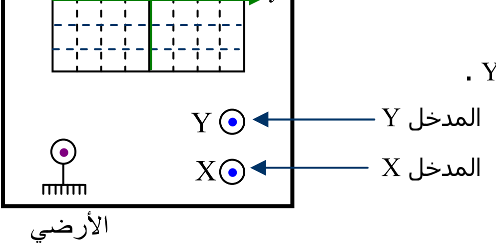
3 – راسم الاهتزاز المهبطي (L'oscilloscope) :

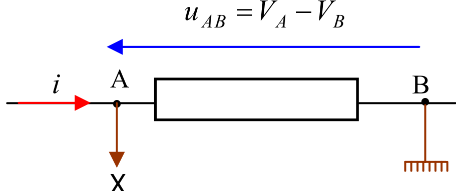
عبارة عن فولطمتر يقيس التوتر بين نقطتين ويرسم هذا التوتر بدلالة الزمن .

يتوسط الشاشة محوران متعامدان ، المحور الشاقولي هو التوتر والمحور الأفقي هو الزمن .

لكي نشاهد توترا بين نقطتين نربط النقطة ذات الكمون الأصغر (B) **لأرضي** راسم الاهتزاز المهبطي ، ونربط النقطة ذات الكمون الأكبر (A) لأحد المدخلين ، إما X أو Y .

التوتر الذي نشاهده هو u_{AB}





ملاحظة : إذا عكسنا الربط ، أي ربطنا الأرضي في A وأحد المدخلين في B ، نشاهد التوتر $u_{BA} = -u_{AB}$ ، حيث نشاهد صورة u_{AB} بالنسبة لمحور الزمن .

يوجد زرّ يسمى (INV) ، نضغط عليه فينقلب التوتر نحو الأعلى .

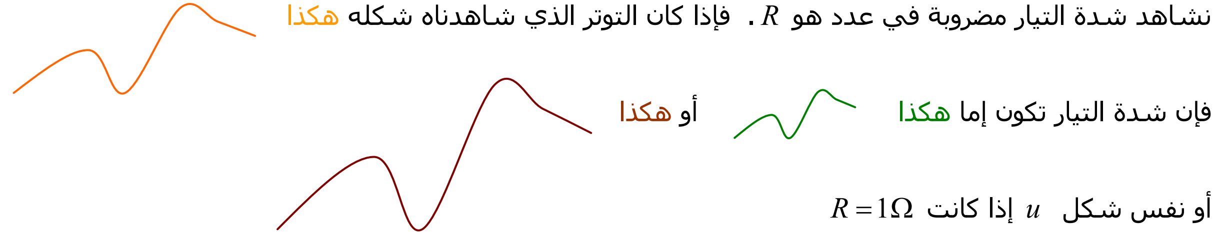
- إذا كان هذا التوتر ثابتا نشاهد خطا أفقيا على الشاشة في النصف العلوي أو السفلي منها ، وذلك حسب إشارته .
- مقدار انحراف الخط يتعلق بقيمة التوتر بين النقطتين .

الحساسية الشاقولية : هي السلم على محور التراتيب ، أي هي عدد الفولطات لكل تدريجة على المحور الشاقولي .

الحساسية الأفقية (سرعة المسح الأفقي) : هي السلم على محور الفواصل ، أي عدد الثواني أو أجزاء الثواني لكل تدريجة على المحور الأفقي .

ملاحظة : قلنا سابقا أن راسم الاهتزاز عبارة عن مقياس فولط وليس مقياس أمبير ، فهو يرسم التوتر بين نقطتين بدلالة الزمن ، لا يرسم شدة التيار بدلالة الزمن .

لكن يمكن أن نشاهد عليه صورة لشدة التيار بدلالة الزمن ، فإذا أردنا هذا نربط إليه طرفي ناقل أومي فنشاهد التوتر $u = Ri$ ، معناه نشاهد شدة التيار مضروبة في عدد هو R . فإذا كان التوتر الذي شاهدناه شكله هكذا

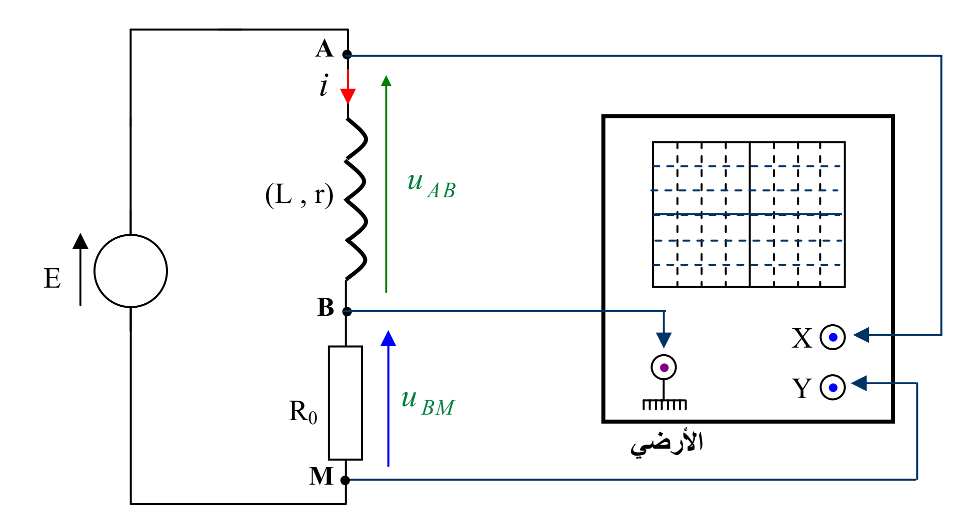


فإن شدة التيار تكون إما هكذا أو هكذا

أو نفس شكل u إذا كانت $R = 1\Omega$

- يمكن مشاهدة توترين في نفس الوقت ، وذلك باستعمال المدخلين X و Y بمدخل أرضي واحد .

مثلا في الشكل المرفق نشاهد في المدخل X التوتر u_{AB} وفي المدخل Y نشاهد التوتّر $u_{MB} = -u_{BM}$

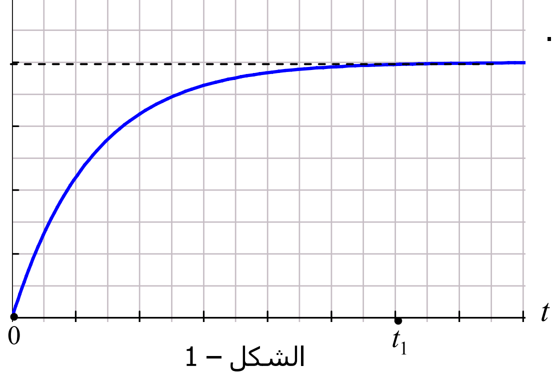


- راسم اهتزاز ذو ذاكرة معناه أنه يمكن أن يرسم توترا في مرحلتين مختلفتين ، مثلا عندما يكون التوتر يتغير ، يحتفظ راسم الاهتزاز بالبيان في ذاكرته ، ثم يرسمه مع شكل التوتر عندما يصبح ثابتا .

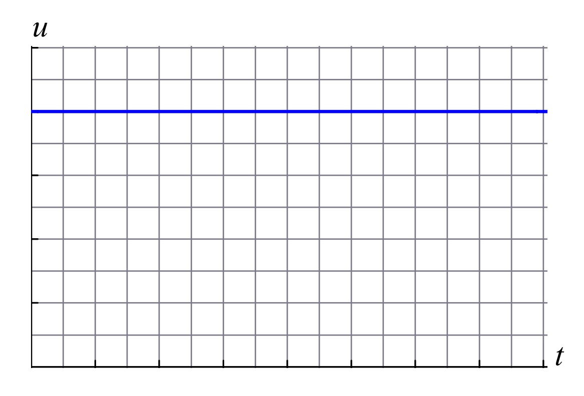
تصوّر أن لك توترا بين نقطتين شكله هكذا : (الشكل -1)

هذا التوتر يتغير من اللحظة $t = 0$ حتى اللحظة $t = t_1$ ، ثم يصبح ثابتا بعد ذلك .

فلو استعملنا راسم اهتزاز بدون ذاكرة ، نشاهد الشكل 2 –



الشكل – 1



الشكل – 2

الحبكة المعلوماتية (La carte d'acquisition) : توصل بالكمبيوتر مع لواحق (L'exao) ، ثم توصل المجموعة بالدارة الكهربائية ، وبواسطة برنـامج (Logiciel) يمكن مشاهدة كل البيانات بما فيها شدة التيار في الدارة .

GUEZOURI Aek – lycée Maraval - Oran

21 / 11 / 2014

ثنـائي القطب RC

في هذا الدرس يجب أن :

1 - أعرف أن شحنة مكثفة تتعلق بالتوتر الذي شُحنت تحته . Q = C U

2 - أعرف أن المكثفة مخزن للشحن الكهربائية ، وبالتالي للطاقة الكهربائية ، وهذه الطاقة يمكن استعمالها غير مباشرة في دارة كهربائية أخرى .

3 - أعرف أن مكثفتين مربوطتين على التسلسل تكون لهما نفس الشحنة الكهربائية Q ، وأن مكثفتين مربوطتين على التفرع يكون مجموع شحنتيهما مساويا لشحنة المكثفة المكافئة لهما .

4 - أعرف قانوني السعات في ربط المكثفات ، وأنه إذا أردنا الحصول على سعة كبيرة يجب ربط المكثفات على التفرع وإذا أردنا الحصول على سعة صغيرة نربط المكثفات على التسلسل .

5 - أعرف أنه عندما نشحن مكثفة تحت توتر ثابت ، فإن شدة التيار تمر مباشرة إلى قيمة عظمى ، ثم تتناقص حسب علاقة أسيّة .

6 - أعرف أنه عندما نشحن مكثفة تحت توتر ثابت فإن التوتر بين طرفيها يتزايد حسب علاقة أسية ، وأن التوتر بين طرفي الناقل الأومي يتناقص حسب دالة أسية إلى أن ينعدم .

7 - أعرف أنه عند تفريغ مكثفة في ناقل أومي فإن شدة التيار تمر مباشرة إلى قيمة عظمى سالبة (الجهة الاصطلاحية للتيار) ، ثم تتناقص قيمتها المطلقة حسب علاقة أسيّة . أما التوتر فيتناقص حسب علاقة أسية إلى أن ينعدم .

8 – أعرف كتابة المعادلات التفاضلية التي تخضع لها المقادير الثلاثة u_C ، q ، i ، u_R أثناء الشحن وأثناء التفريغ .

9 – أعرف كيفية حلول هذه المعادلات ورسم البيانات الخاصة بها بدلالة الزمن .

10 – أعرف أن ثابت الزمن هو $\tau = RC$ ، وأنه متجانس مع الزمن .

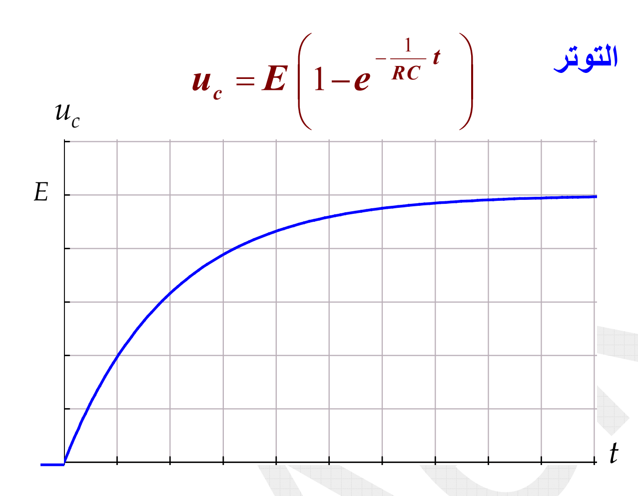
11 – أعرف كل الطرق لاستخراج ثابت الزمن من البيانات الأربعة .

12 – أعرف أن الطاقة المخزّنة في مكثفة بعد شحنها هي $E_C = \frac{1}{2} C E^2$.

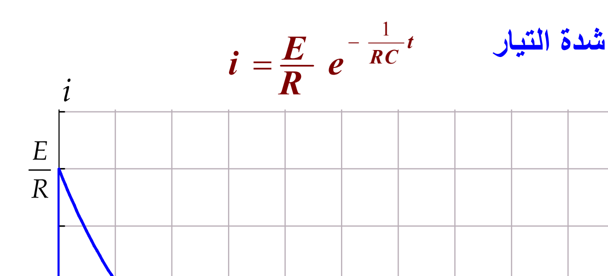
ملخص الدرس

شحن مكثفة

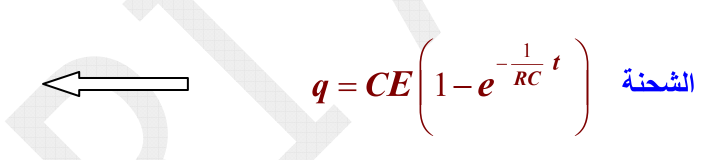
التوتر $u_c = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

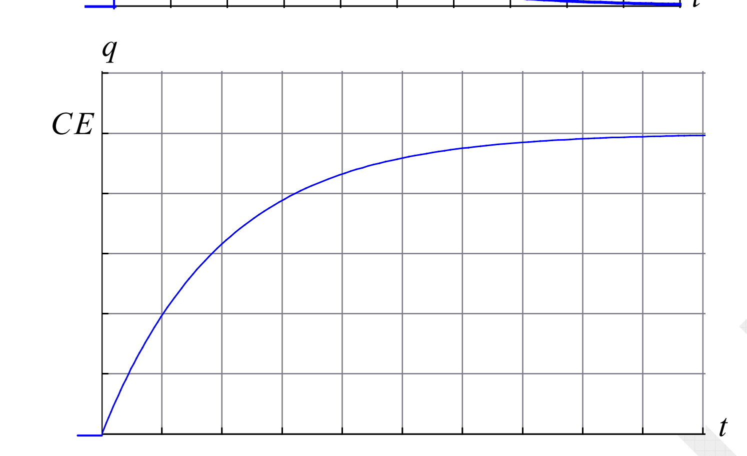


شدة التيار $i = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{1}{RC}t}$



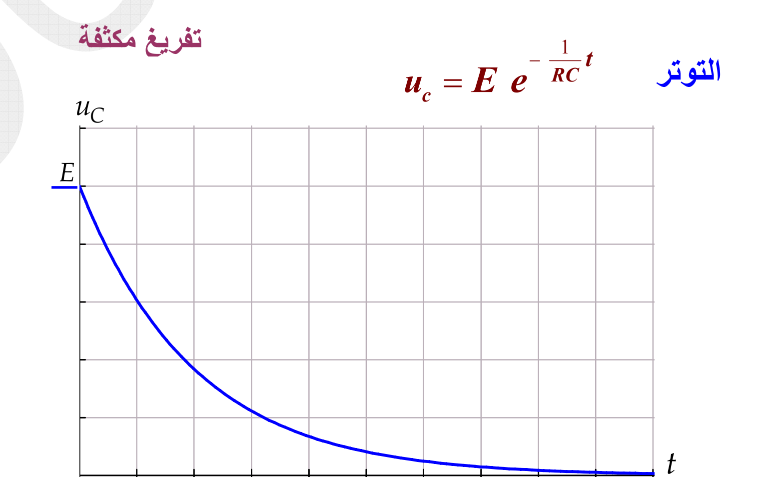
الشحنة $q = CE\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$



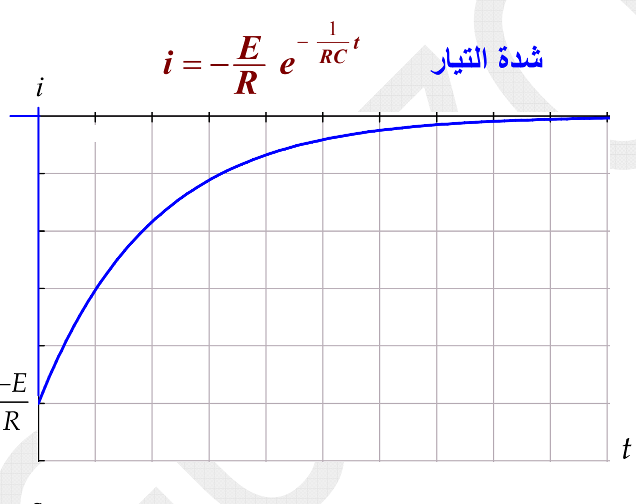


تفريغ مكثفة

التوتر $u_c = E\, e^{-\frac{1}{RC}t}$

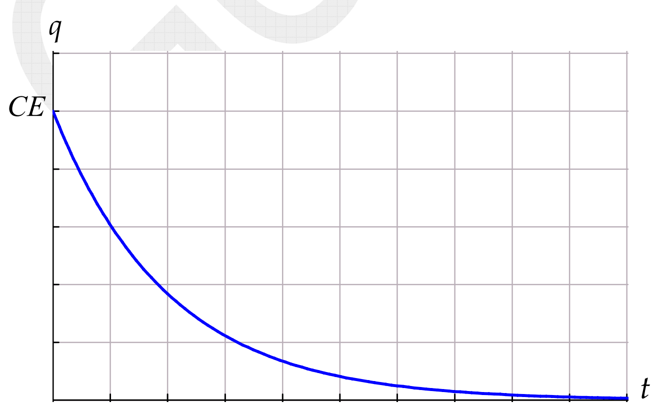


شدة التيار $i = -\frac{E}{R}\, e^{-\frac{1}{RC}t}$



الشحنة $q = CE\, e^{-\frac{1}{RC}t}$

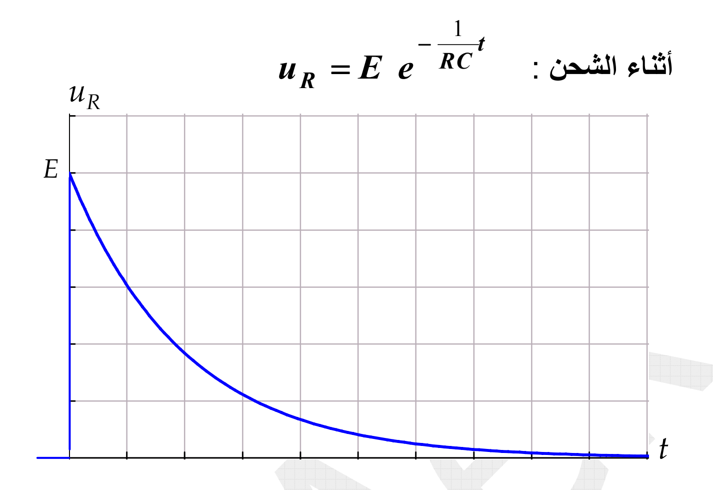


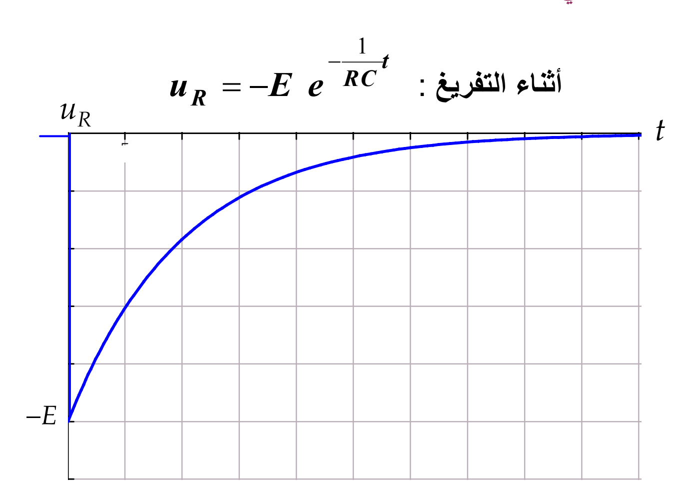


التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي

أثناء الشحن : $u_R = E\ e^{-\frac{1}{RC}t}$

أثناء التفريغ : $u_R = -E\ e^{-\frac{1}{RC}t}$





المعادلات التفاضلية التي تخضع لها المقادير u_C ، q ، u_R

عند الشحن

التوتر بين طرفي المكثفة : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC}$

الشحنة على لبوسي المكثفة : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$

التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$

شدة التيـار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$

عند التفريغ

التوتر بين طرفي المكثفة : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0$

الشحنة على لبوسي المكثفة : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$

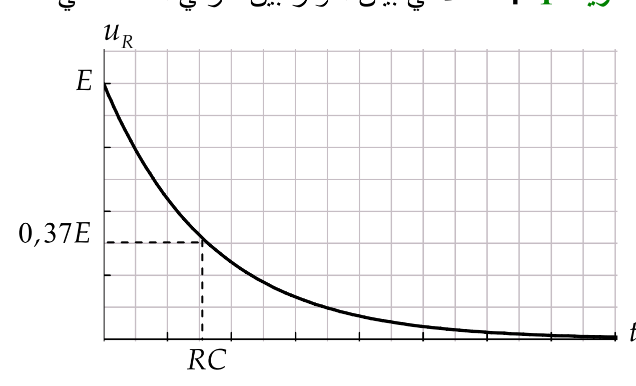
التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$

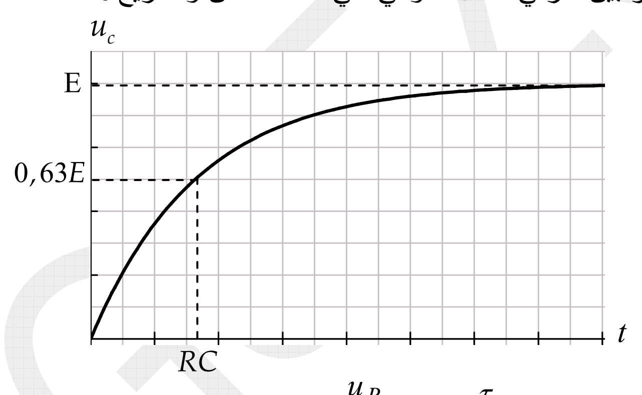
شدة التيـار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$

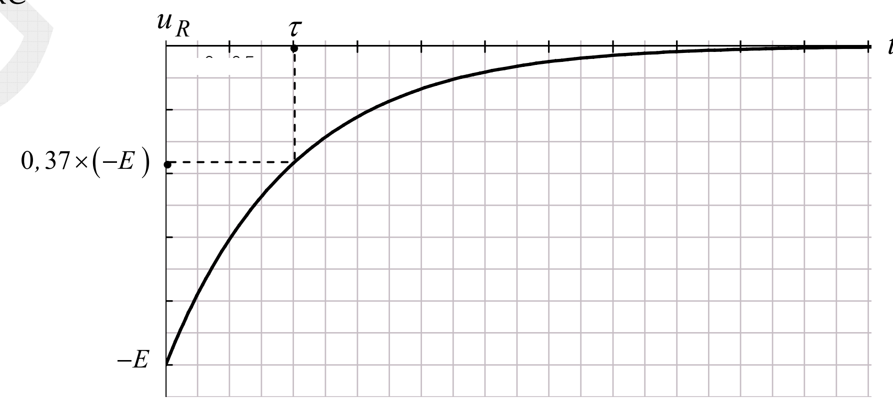
ثابت الزمن

ثابت الزمن هو الجداء RC ، أي $\tau = RC$ وهو مقدار متجانس مع الزمن . نعيّنه من كل هذه البيانات بالطرق التالية :

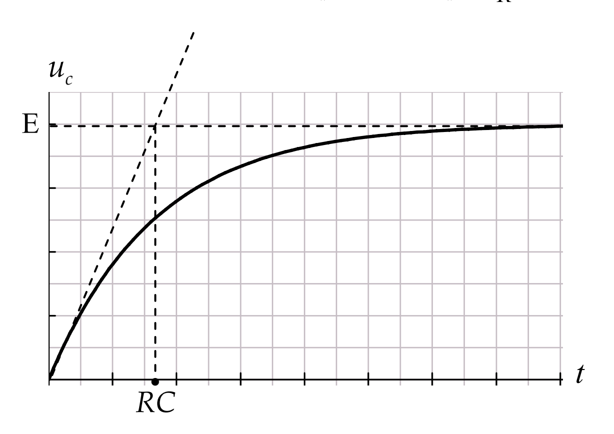
الطريقة 1 : مثلا في بيان التوتر بين طرفي المكثفة في حالة الشحن والتوتر بين طرفي الناقل الأومي في حالة الشحن والتفريغ .

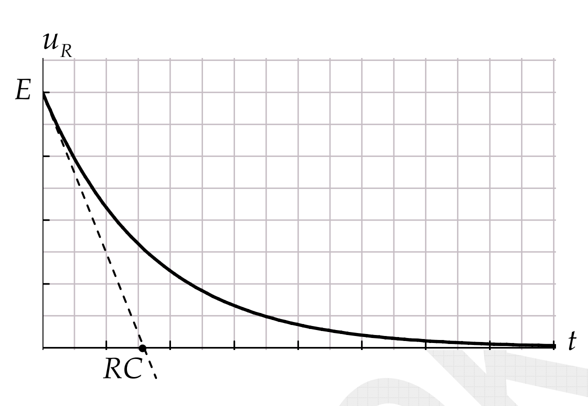




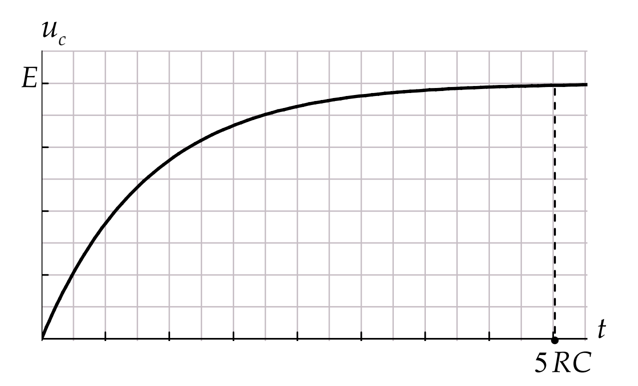


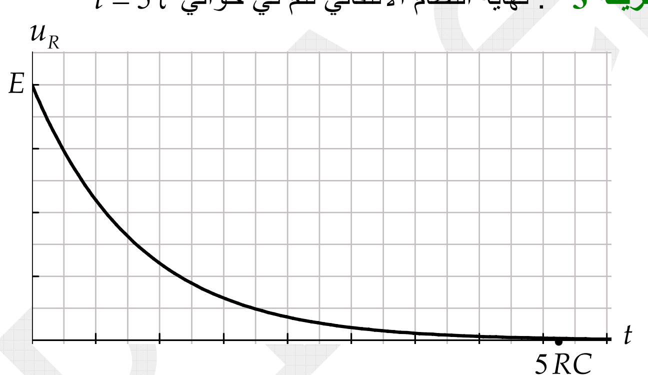
الطريقة 2 : مماس البيان عند $t = 0$ يتقاطع مع المستقيم الأفقي $u_c = E$ و $u_R = 0$ في النقطة التي فاصلتها $t = RC$





الطريقة 3 : نهاية النظام الانتقالي تتم في حوالي $t = 5\tau$





الطاقة المخزنة في مكثفة

عندما نشحن مكثفة تحت توتر U تُخزّن طـاقة $E_c = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$ ، E (joule)

الدرس

1 - شحن المكثفة

- قبل غلق القاطعة K يكون اللبوسان في نفس الكمون ($V_A = V_B = 0$) . (الشكل – 1)

حيث يكون لدينا نفس عدد الإلكترونات على اللبوسين (الإلكترونات التي تدور حول أنوية معدن اللبوسين) .

- عندما نغلق القاطعة يقوم القطب الموجب للمولد بسحب الإلكترونات من اللبوس A ويقوم بدفعها نحو اللبوس B ، وهذه العملية ليست منتظمة ، لأن عملية الشحن تزداد صعوبة كلما اقتربت من نهايتها ، وهذا ما يُبيّنه رجوع إبرة الأمبير متر نحو الصفر بعدما انحرفت فجأة نحو قيمة عظمى . ولما تنعدم شدّة التيار تكون عملية الشحن قد انتهت .

يُمكن فصل المكثّفة من الدارة وتبقى مشحونة .

- عندما يكتمل الشحن يكون : $Q_B = -Q_A$

تصبح المكثفة مشحونة ويكون مجموع شحنتي لبوسيها دائما معدوما

$$Q_A + Q_B = 0$$

الشكل - 1

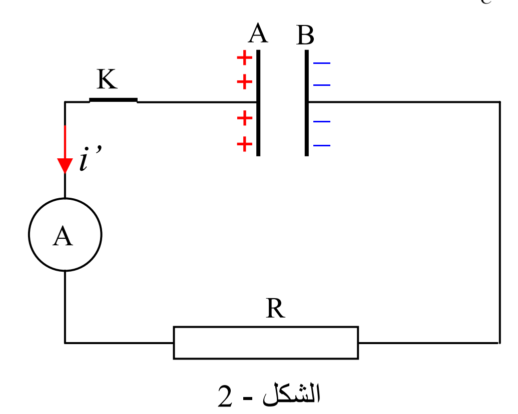
تعقيبــاب

- الالكترونات لا يمكنها عبور العازل .
- أثناء الشحن ، يشير مقياس الأمبير إلى تيار متغير ، حيث ينعدم هذا التيار في نهاية الشحن كما سبق أن ذكرنا ذلك . إذن يمكن تحديد نظامين (مرحلتين) :

النظام الإنتقالي : من لحظة غلق القاطعة إلى أن تنعدم شدة التيار .

النظـام الدائم : بما أن شدة التيار انعدمت ، إذن التوتر بين طرفي الناقل الأومي يصبح معدوما كذلك لأن $u_R = R\,i$ ، وبالتالي يصبح فرق الكمون بين طرفي المكثفة مساويا لفرق الكمون بين طرفي المولّد أي : $u_C \approx E$

2 - تفريغ المكثفة



الشكل - 2

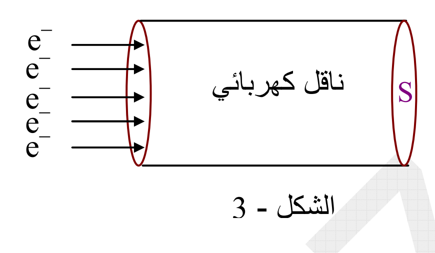
نعزل المكثفة عن المولد و هي مشحونة ونربطها في دارة مع ناقل أومي (الشكل – 2) . في هذه الحالة تكون المكثفة بمثابة مولد (لكن مؤقت) . تعود الإلكترونات إلى أماكنها لتحقيق التوازن الكهربائي ، فيمر تيار في الدارة في عكس الجهة التي مر فيها أثناء شحن المكثفة.

ينعدم هذا التيار لحظة **إفراغ** المكثفة ، فيصبح التوتر بين طرفي المكثفة $u_C = 0$

3 - نمذجة المكثفة

أ - **تعريف** : شدة التيار الكهربائي هي كمية الكهرباء التي تمر عبر المقطع (S) لناقل كهربائي خلال وحدة الزمن .

معنى هذا أن شدة التيار تتعلق بعدد الإلكترونات التي تمر عبر المقطع خلال ثانية واحدة .



الشكل - 3

ونعلم أن هذا العدد من الإلكترونات يحمل كمية من الكهرباء $|q| = ne$

حيث : n هو عدد الإلكترونات و e هي شحنة الإلكترون . (الشكل – 3)

نكتب إذن شدة التيار كما يلي : $\boldsymbol{i = \dfrac{dq}{dt}}$ (1)

أي أن شدة التيار هي الكمية الصغيرة من الكهرباء dq التي تمر خلال المدة الزمنية الصغيرة dt ، وهذا مدلوله رياضيا مشتق كمية الكهرباء بالنسبة للزمن .

إذا كان التيار ثابتا فإن تدفق الكهرباء يكون ثابتا عبر المقطع S وبالتالي $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ ، حيث ΔQ هي كمية الكهرباء المارة خلال المدة الزمنية Δt .

ملاحظة :

في كل ما يلي نرمز للمقادير اللحظية ، أي المقادير التي تتغير بتغيّر الزمن بالرموز الصغيرة (i ، u ، q) ، ونرمز لقيمها العظمى بالرموز الكبيرة (I ، U ، Q)

إصطلاح :

في ما يلي لما نقول شحنة مكثّفة q نقصد بها القيمة الموجبة للشحنة ، وهي شحنة اللبوس A أي اللبوس الذي يصل له التيار الكهربائي i . (الشكل – 4)

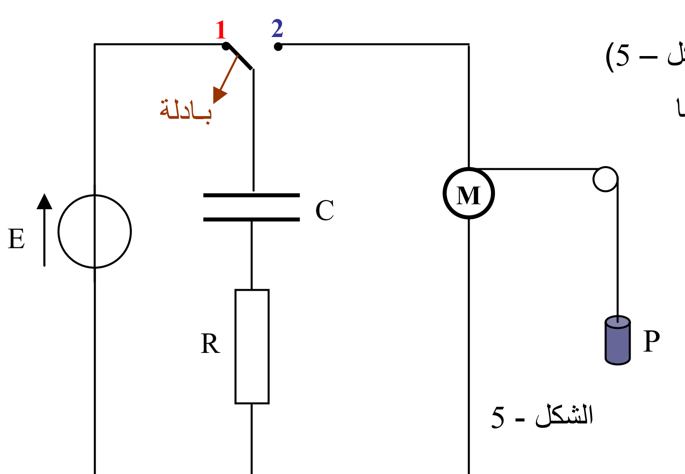
q i A B

الشكل - 4

ب – الطـاقة المخزّنة في المكثفة

يمكن للمحرّك M أن يسحب الجسم P بواسطة خيط عندما يدور . (الشكل – 5)
نصل البادلة (قاطعة ذات وضعيتين) للوضعية **1** ، فتُشحن المكثفة ، ولما
نصل البادلة للوضعية **2** نلاحظ صعود الجسم P ، دلالة على أن
المكثفة خزّنت طاقة أثناء الشحن ثم قدمتها عند تفريغها للمحرك ،
مما جعل هذا الأخير يرفع الجسم P .

المحرك حوّل الطاقة الكهربائية إلى طاقة ميكانيكية



الشكل - 5

الاستطاعة التي تقدمها المكثفة للدارة أثناء التفريغ هي :

$$p = u_c i = C u_c \frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} C u_c^2\right)$$

نعلم أن الاستطاعة هي مشتق الطاقة بالنسبة للزمن ، أي $p = \frac{dE}{dt}$ ، ومنه الطاقة المخزنة في المكثفة هي :

$$E_c = \frac{1}{2} C u_c^2$$ ، حيث E_c بالجول (Joule)

وبما أن $q = C\, u_c$ يمكن كتابة الطاقة بالشكل : $E_c = \frac{1}{2} q u_c$

دراسة ثنـائي القطب RC

1 – تجربة

نركب التجهيز المبيّن في الشكل – 6 ، حيث نستعمل 3 مصابيح متماثلة ومولدا للتوتر يعطي تيارا مستمرا .
عندما نغلق القاطعة K ، نلاحظ ما يلي :

- المصباح L_1 لا يشتعل
- المصباح L_2 يشتعل
- المصباح L_3 يشتعل ثم ينطفئ .

الشكل - 6

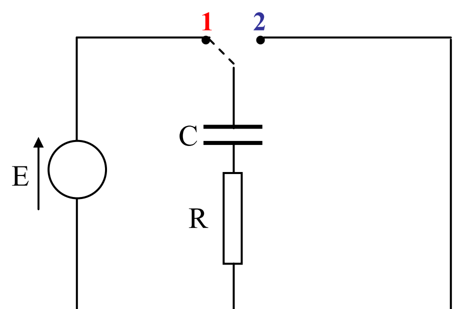
التفسير :

التيار لا يمر في L_1 لأن القاطعة K_1 مفتوحة .
التيار يمر في L_2 لأن القاطعة K_2 مغلقة
التيار يمر في L_3 في اللحظة التي نغلق فيها القاطعة الرئيسية K ، لأن شدة التيار في الفرع السفلي تنتقل من الصفر إلى أعظم قيمة ثم تعود تدريجيا للصفر حينها ينطفئ المصباح L_3 .

إذن المكثفة ليست مجرد قاطعة

لدراسة تطور التوتر بين طرفي المكثفة وشدة التيار في الدارة ، نركب دارة بمولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ومكثفة سعتها C وناقل أومي مقاومته R . (الشكل – 7)

ثنائي القطب الذي ندرسه في هذا الجزء هو ناقل أومي على التسلسل مع مكثفة .



الشكل - 7

2 - الشحن

نصل البادلة للوضعية 1 في اللحظة $t = 0$ في الدارة المرسومة في الشكل – 7 . نوضح ذلك في الشكل – 8 .

مقياس الأمبير A : تنحرف إبرته إلى قيمة عظمى .

مقياس الفولط V_1 : يشير إلى القيمة E .

مقياس الفولط V_2 : تبقى الإبرة على الصفر .

في المرحلة التي تكون فيها إبرة الأمبير متر راجعة نحو الصفر ترجع كذلك إبرة V_1 نحو الصفر ، حيث أن التوتر بين طرفي الناقل الأومي يتناقص إلى أن ينعدم ، لأن $u_R = R\,i$ ، أي ينعدم بانعدام i .

في اللحظة التي تنعدم فيها شدة التيار تصبح إبرة V_2 تشير إلى $u_c = E$ ، لأن في كل لحظة $E = u_c + u_R$. تحدث كل هذه العمليات في وقت قصير جدا ، وذلك حسب قيمتي R و C .

الشكل - 8

2 - 1 - تطور التوتر بين طرفي المكثفة

حسب قانون جمع التوترات يكون لدينا التوتر بين طرفي ثنـائي القطب RC : $E = u_C + u_R = u_C + Ri$

ولدينا $i = C\dfrac{du_c}{dt}$ ، وبالتالي : $E = u_c + RC\dfrac{du_c}{dt}$ ، وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على RC :

التوتّر بين طرفي المكثفة يحقق المعادلة التفاضلية :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC} \qquad (2)$$

إن حل هذه المعادلة التفاضلية (2) يكون من الشكل $u_c = A\,e^{\alpha t} + B \qquad (3)$

حيث : A ، B ، α عبارة عن ثوابت غير معدومة .

لكي نحدّد B و α نعوّض في المعادلة (3) : $u_c = A\,e^{\alpha t} + B$ و $\dfrac{du_c}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$ ، ونكتب بذلك :

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}\left(A\,e^{\alpha t} + B\right) = \frac{E}{RC}$$

$$A\,e^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right) + \frac{B}{RC} = \frac{E}{RC} \qquad (4)$$

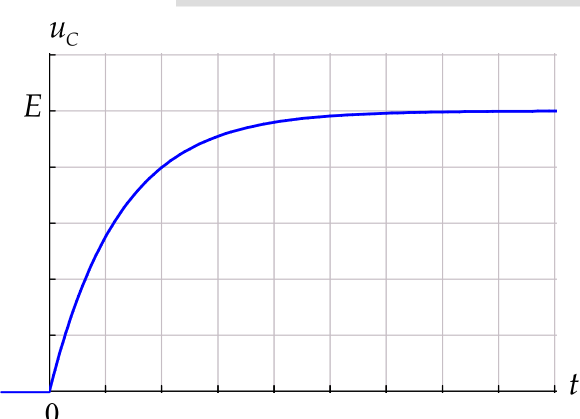
حتى تكون المعادلة (5) محققة يجب أن يكون $\alpha = -\dfrac{1}{RC}$ و $B = E$

نستنتج A من المعادلة (3) ، حيث يكون عند اللحظة $t=0$ فرق الكمون بين طرفي المكثفة $u_C=0$.

بالتعويض : $0=A\,e^0+B$ ، مع العلم أن $e^0=1$ ، إذن $A=-B=-E$.

التوتر بين لبوسي المكثفة أثناء الشحن هو

$$u_c=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$



التمثيل البياني $u_c=f(t)$

- عندما $t=0$ فإن $u_c=0$
- عندما t يؤول إلى $+\infty$ ، فإن

$$u_c=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}\times\infty}\right)=E\,(1-0)=E$$

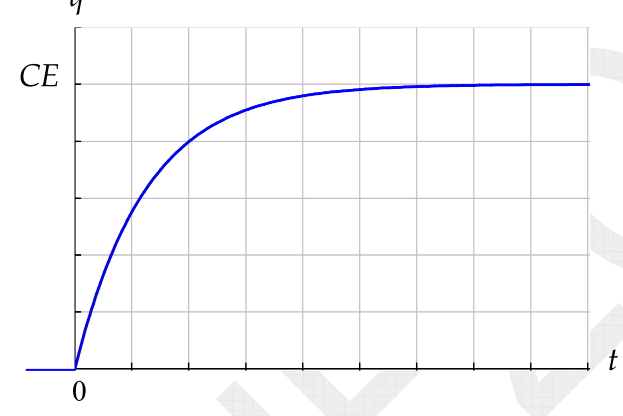
أي أن في نهاية الشحن يؤول u_C نحو قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد .

2 – 2 - تطوّر شحنة المكثفة

لدينا $q=Cu_C=CE\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

شحنة المكثفة أثنــاء الشحن

$$q=CE\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$



التمثيل البياني $q=f(t)$

- عندما $t=0$ فإن $q=0$
- عندما t يؤول إلى $+\infty$ ، فإن

$$q=CE\left(1-e^{-\frac{1}{RC}\times\infty}\right)=CE\,(1-0)=CE$$

أي أن في نهاية الشحن تكون شحنة المكثفة $Q=CE$

2 - 3 - تطور شدة التيار في الدارة

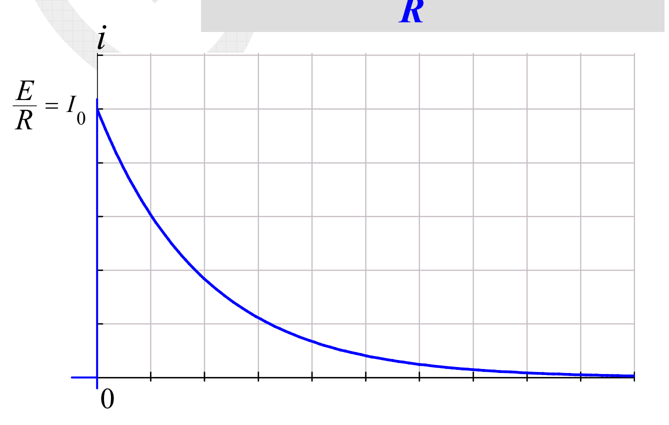
لدينا في العلاقة (1) أعلاه :

$$i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_c}{dt}=C\frac{d}{dt}\left(E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)\right)=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير ، حيث $I_0=\frac{E}{R}$

شدة التيار في الدارة أثناء الشحن هي

$$i=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$



التمثيل البياني $i=f(t)$

- عندما $t=0$ فإن $i=\frac{E}{R}=I_0$
- عندما t يؤول إلى $+\infty$ ، فإن i يؤول نحو الصفر .

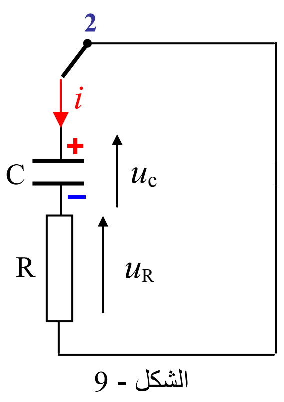
3 – التفريغ

3 – 1 – تطوّر التوتر بين طرفي المكثفة

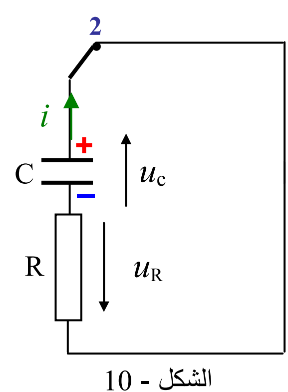
في التركيب في الشكل – 7 (المرسوم في الصفحة 7) نصل البادلة إلى الوضع 2 ، فتكون لدينا الدارة الكهربائية التالية (شكل – 9) .

السهم الأحمر هو الجهة الاصطلاحية للتيار ، أي جهة التيار التي كان يصدره المولّد أثناء الشحن وليس جهة التيار التي تصدره المكثفة .

التوتران u_c و u_R مختلفان في الإشارة .



الشكل - 9



الشكل - 10

ملاحظة :

يمكن أن نمثّل دارة التفريغ كما في الشكل – 10

حيث السهم الأخضر يمثّل جهة التيار الذي تصدره المكثّفة ،

لأن المكثفة أصبحت بمثابة مولد أثناء التفريغ .

عندما نصل البادلة إلى الوضعية 2 يصبح التوتر بين طرفي ثنائي القطب RC مساويا للصفر (لا يوجد المولّد).

وبالتالي : $u_R + u_c = 0$

أو $u_c + RC\dfrac{du_c}{dt} = 0$ ، وبتقسيم طرفي المعادلة على RC نكتب : $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_c = 0$ ، (5)

هذه معادلة تفاضلية حلها من الشكل : $u_c = Ae^{\alpha t}$ (6)

من (5) و (6) نكتب : $A\alpha e^{\alpha t} + \dfrac{1}{RC}\left(Ae^{\alpha t}\right) = 0$

$Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \dfrac{1}{RC}\right) = 0$ ، وحتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون : $\alpha = -\dfrac{1}{RC}$

من الشروط الابتدائية ، عند $t = 0$ يكون $u_c = E$ ، وبالتعويض في (6) نجد $A = E$

التوتر بين لبوسي المكثفة أثناء التفريغ هو

$$u_c = E\, e^{-\frac{1}{RC}t}$$

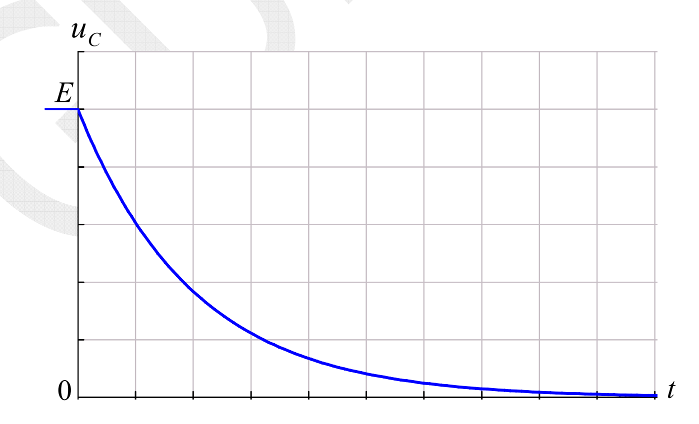
التمثيل البياني $u_c = f\,(t)$

- عندما $t = 0$ فإن $u_c = E\ e^{-\frac{1}{RC}\times 0} = E\ e^0 = E$

- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن



$$u_c = E\ e^{-\frac{1}{RC}\times\infty} = E\ \times 0 = 0$$



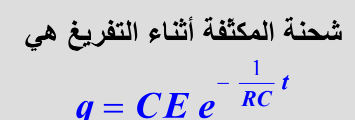
3 – 2 – تطوّر شحنة المكثفة

لدينـا $q = C\,u_C$ ، وبالتالي :

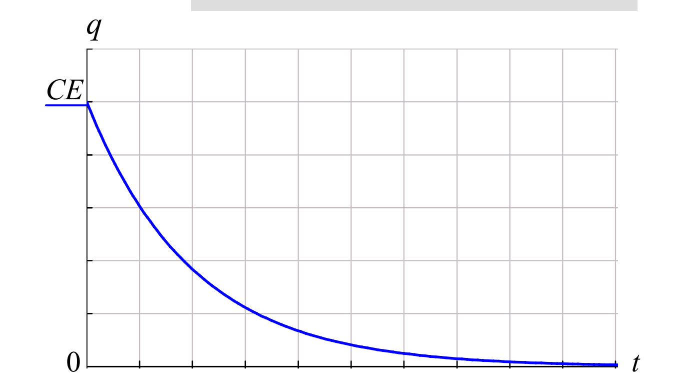
التمثيل البياني $u_c = f\left(t\right)$

- عندما $t = 0$ فإن $q = CE\ e^{-\frac{1}{RC}\times 0} = CE\ e^{0} = CE$
- عندما t يؤول إلى $+\infty$ ، فإن

$$q = CE\ e^{-\frac{1}{RC}\times\infty} = CE\ \times 0 = 0$$


شحنة المكثفة أثناء التفريغ هي

$$q = CE\ e^{-\frac{1}{RC}t}$$



3 – 3 – تطوّر شدة التيار في الدارة

من العلاقة (1) $i = \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{CE}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$

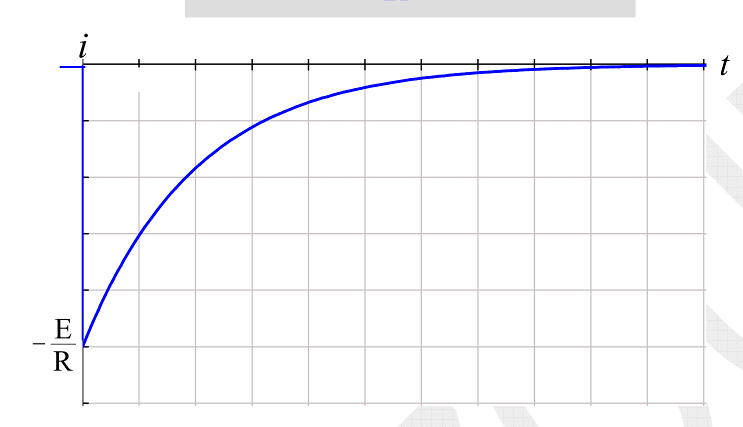
التمثيل البياني $i = f\left(t\right)$

- عندما $t = 0$ فإن $i = -\dfrac{E}{R}\times e^{0} = -\dfrac{E}{R}$
- عندما t يؤول إلى $+\infty$ ، فإن

$$i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\times\infty} = 0$$

شدة التيار في الدارة أثناء التفريغ هي

$$i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$



4 – تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي

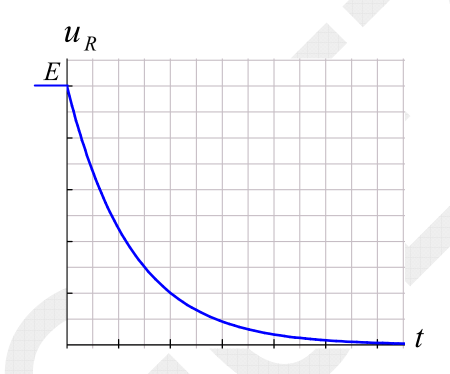
4 -1 - أثناء الشحن :

لدينا $u_R = R\,i$ ، ولدينا $i = \dfrac{E}{R}\ e^{-\frac{1}{RC}t}$ ، ومنه

$$u_R = E\ e^{-\frac{1}{RC}t}$$

التمثيل البياني :

- عندما $t = 0$ فإن $u_R = E\ e^{-\frac{1}{RC}\times 0} = E$
- عندما $t \to \infty$ فإن $u_R = E\ e^{-\frac{1}{RC}\times\infty} = 0$

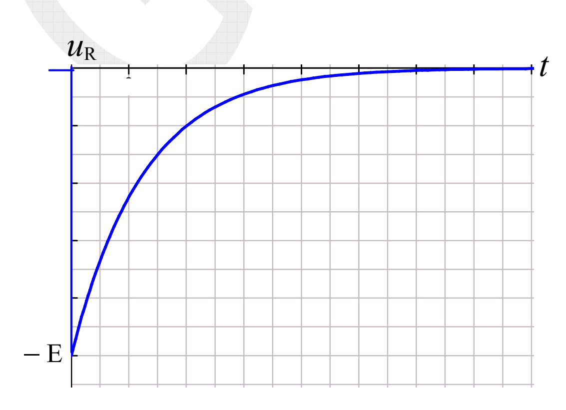


4 -2 - أثناء التفريغ :

لدينا $u_R = R\,i$ ، ولدينا $i = -\dfrac{E}{R}\ e^{-\frac{1}{RC}t}$ ، ومنه

$$u_R = -E\ e^{-\frac{1}{RC}t}$$

- عندما $t = 0$ فإن $u_R = -E\ e^{-\frac{1}{RC}\times 0} = -E$
- عندما $t \to \infty$ فإن $u_R = -E\ e^{-\frac{1}{RC}\times\infty} = 0$



5 – ثابت الزمن

هو الثابت $\tau = RC$ ، حيث R هي المقاومة المكافئة للدارة .

تُعطينا قيمة ثابت الزمن فكرة عن المدّة التي تُشحن فيها المكثفة أو تُفرّغ

التحليل البعدي لثابت الزمن :

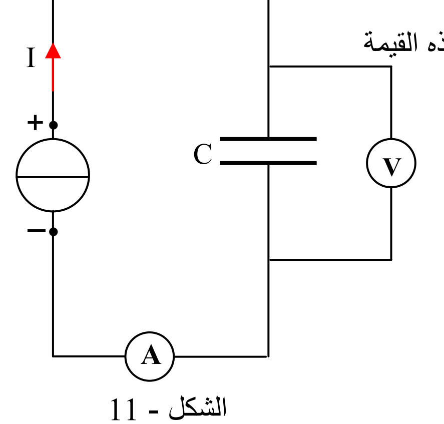
$RC = R\frac{Q}{U} = R\frac{It}{U}$ وبالتالي : $[RC] = \frac{[U]}{[I]}\frac{[I][T]}{[U]} = [T]$

الثابت $\tau = RC$ مقدار متجانس مع الزمن

6 - دراسة التوتر بين طرفي المكثفة باستعمال مولد للتيار

ندرس مثالا تجريبيا بحيث نستعمل مولدا للتيار وليس مولدا للتوتر (الشكل 11)

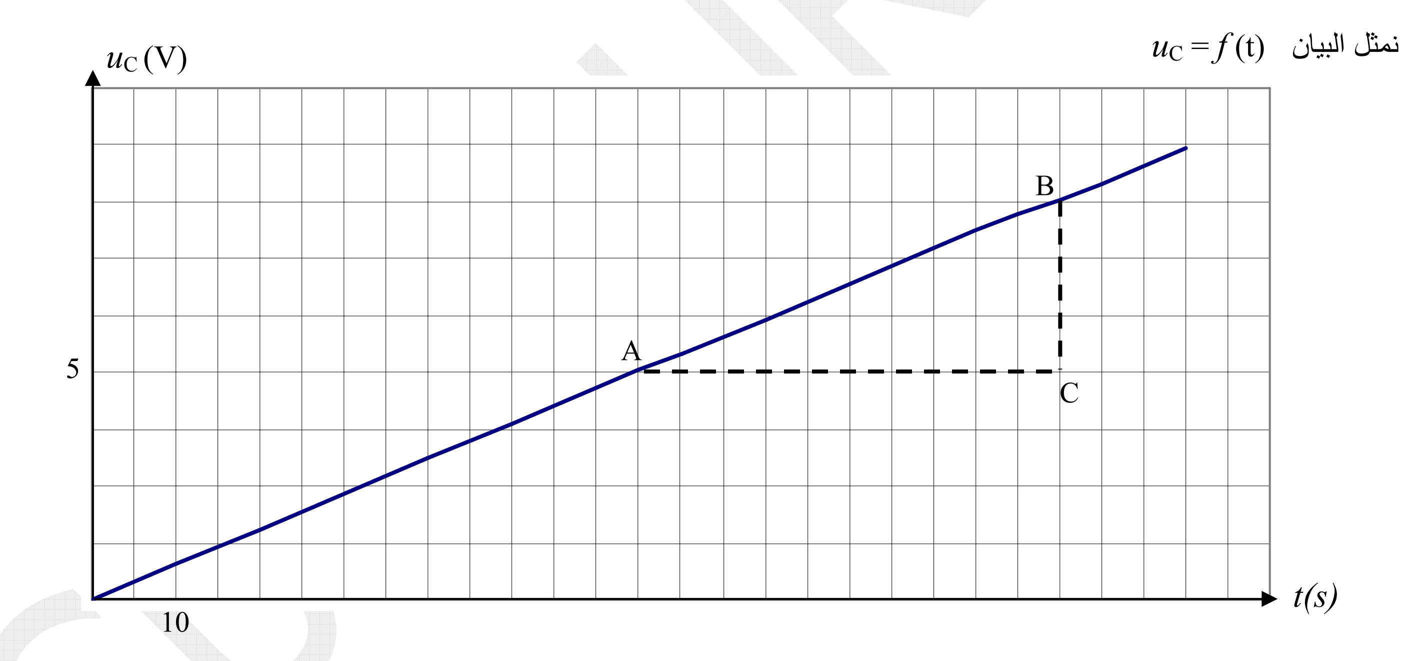
نضبط شدة تيار المولد على القيمة $I = 0{,}30$ mA ، ثم نغلق القاطعة فيشير مقياس الأمبير إلى هذه القيمة وتبقى ثابتة طيلة عملية الشحن . نسجّل قيم التوتر بين طرفي المكثفة في مختلف اللحظات :



الشكل - 11

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70
u_C (V)	0	0,62	1,24	1,85	2,49	3,09	3,71	4,33
t (s)	80	90	100	110	120	130	140	
u_C (V)	4,93	5,57	6,18	6,78	7,33	7,93	8,92	

نمثل البيان $u_C = f(t)$



نلاحظ من التمثيل البياني أن العلاقة بين التوتر بين طرفي المكثفة والزمن من الشكل $u_C = a\,t$

العلاقة النظرية :

في اللحظة $t = 0$ كانت المكثفة فارغة ، وفي اللحظة t تكتسب المكثفة شحنة كهربائية $q = It$ (7)

ولدينا $u_c = \frac{q}{C}$ (8)

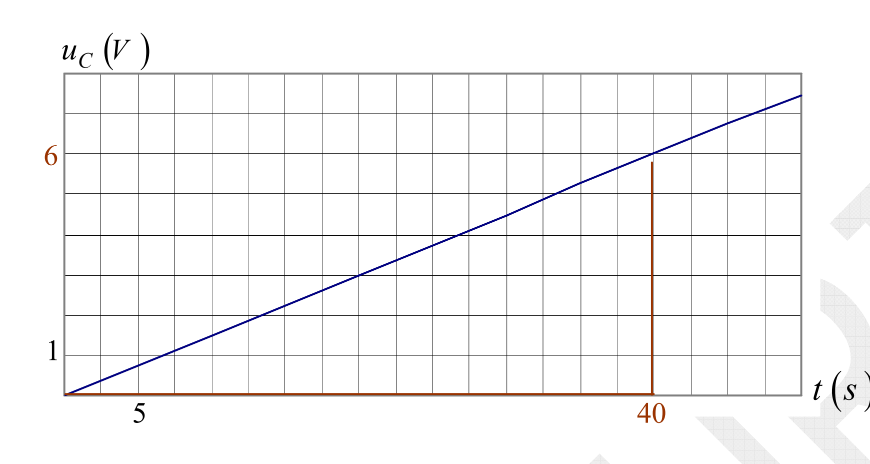
من العلاقتين (7) و (8) نستنتج : $u_c = \frac{I}{C}\,t$ ، ميل البيان هو $\frac{I}{C}$. يمكن استنتاج سعة المكثفة من البيان ، وذلك

بحساب الميل : $\frac{I}{C} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ V.S^{-1}$ ، ومنه : $C = \frac{I}{0{,}06} = \frac{0{,}3\times10^{-3}}{0{,}06} = 5\times10^{-3}\,F$

نفرّغ المكثفة ونعيد شحنها ، لكن هذه المرة نضبط شدّة تيار المولد على القيمة I’ = 0,70 mA . نتحصل على النتائج التالية :

t (s)	0	10	20	30	40	50
u_C (V)	0	1,50	2,90	4,47	6,02	7,45

نمثل البيان $u_C = f(t)$



ميل البيان $\frac{I}{C} = \frac{6}{40} = 0{,}15$

$$C = \frac{I}{0{,}15} = \frac{0{,}7\times10^{-3}}{0{,}15} = 4{,}67\times10^{-3}\,F$$

كل ما في الأمر أنه كلما كانت شدة التيار أكبر كلما شُحنت المكثفة في وقت أقصر .

7 - دراسة الطاقة المخزّنة في مكثفة بدلالة الزمن

أ) أثنـــاء الشحن

عبارة الطاقة المخزّنة في المكثفة هي

$$E_C = \frac{1}{2}C\,u_C^2$$

العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي المكثفة هي

$u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتعويض في عبارة

الطاقة نجد $E_C = \frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$ ، حيث $E_C(max) = \frac{1}{2}CE^2$

عندما نضع $t = \tau$ نجد : $E_C = \frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}CE^2\right)\times 0{,}4 = 0{,}4E_C(max)$

ب) أثنـــاء التفريغ

عبارة الطاقة المخزّنة في المكثفة هي $E_C = \frac{1}{2}C\,u_C^2$

العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي المكثفة هي $u_C = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ ، وبالتعويض في عبارة الطاقة نجد $E_C = \frac{1}{2}CE^2\,e^{-\frac{2t}{\tau}}$

عندما نضع $t=\tau$ نجد $E_C=\frac{1}{2}CE^2\left(e^{-2}\right)=\left(\frac{1}{2}CE^2\right)\times 0,13=0,13E_C\left(max\right)$

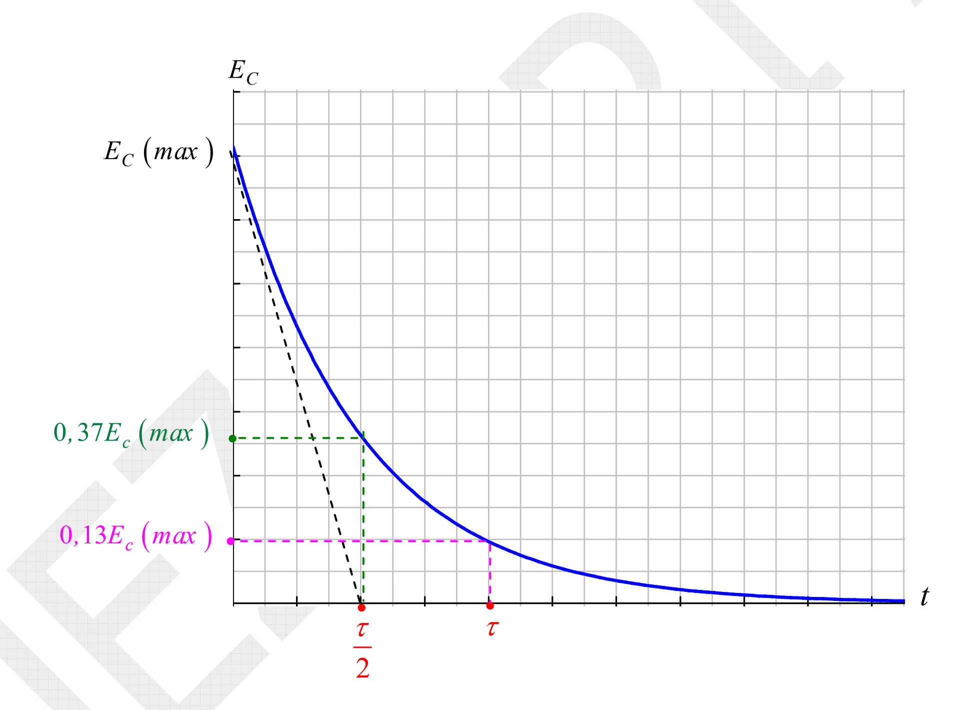
أما عندما نضع $t=\frac{\tau}{2}$ نجد $E_C=0,37E_C\left(max\right)$

كيف نثبت أن المماس عند $t=0$ يقطع محور الزمن في $t'=\frac{\tau}{2}$ ؟

لدينا ميل المماس هو $a=-\frac{E_C\left(max\right)}{t'}=-\frac{\frac{1}{2}CE^2}{t'}$

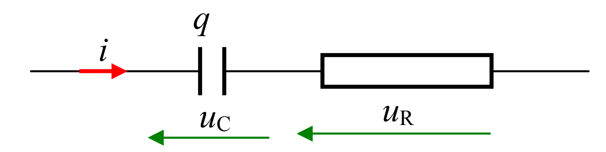
وكذلك هذا الميل هو العدد المشتق للدالة $E_C=f\left(t\right)$ عند $t=0$ ، حيث المشتق هو $f'\left(t\right)=\frac{1}{2}CE^2\times\left(-\frac{2}{\tau}\right)e^{-\frac{2t}{\tau}}$

$f'\left(0\right)=\frac{1}{2}CE^2\times\left(-\frac{2}{\tau}\right)e^{-\frac{2\times 0}{\tau}}=-\frac{CE^2}{\tau}=a$ ، وبالتالي $t'=\frac{\tau}{2}$



كيفية كتابة المعادلات التفاضلية عند شحن وتفريغ المكثفة

1 – أثناء الشحن



المعادلة التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة :

حسب قانون جمع التوترات : $u_C + u_R = E$

$u_C + R\,i = E$ ، ولدينا $i = \dfrac{dq}{dt}$ ، وبالتالي : $u_C + R\dfrac{dq}{dt} = E$ ، ولدينا كذلك $q = C\,u_C$

$u_C + R\dfrac{dCu_C}{dt} = E$ ، وبما أن C عبارة عن ثابت نكتب العبارة كالتالي $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$

بتقسيم طرفي هذه المعادلة على RC نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة : $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{E}{RC}$

المعادلة التي تخضع لها الشحنة على لبوسي المكثفة :

$$u_C + u_R = E$$

$u_C + R\,i = E$ ، ولدينا $i = \dfrac{dq}{dt}$ و $u_C = \dfrac{q}{C}$ ، وبالتالي : $R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = E$.

بتقسيم طرفي هذه المعادلة على R نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة : $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{E}{R}$

المعادلة التي يخضع لها التوتر بين طرفي الناقل الأومي :

$$u_C + u_R = E$$

لدينا $u_C = \dfrac{q}{C}$ وبالتالي : $u_R + \dfrac{q}{C} = E$ ، لو اشتققنا طرفي هذه المعادلة بالنسبة للزمن نجد : $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{C}\dfrac{dq}{dt} = 0$

ولدينا $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{u_R}{R}$ ، وبالتالي : $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{C}\dfrac{u_R}{R} = 0$ ، وتكون المعادلة التفاضلية المطلوبة هي :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$$

المعادلة التي تخضع لها شدّة التيـار :

لدينا : $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{C}\dfrac{u_R}{R} = 0$ ، نعوّض u_R بـ Ri ، نجد $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{RC}i = 0$

2 - أثناء التفريغ

حسب قانون جمع التوترات : $u_C + u_R = 0$

بنفس الطرق السابقة (الشحن) نجد المعادلات التفاضلية التالية :

التوتر بين طرفي المكثفة $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = 0$

الشحنة الكهربائية على لبوسي المكثفة $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = 0$

التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_R = 0$

شدّة التيار في الدارة $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{RC}i = 0$

GUEZOURI Aek – lycée Maraval - Oran

ثنـائي القطب RL

ما يجب أن أعرف حتى أقول : إني استوعبت هذا الدرس

1 – يجب أن أرجع إلى كتاب السنة الثانية لأتذكر أن الوشيعة تصبح منشأ لقوة كهربائية متحرضة عندما تتغير شدة التيار فيها .

2 – يجب أن أعرف أن الوشيعة عنصر كهربائي يقاوم مرور و تغيّر التيار الكهربائي .

3 – يجب أن أعرف أن الوشيعة تتصرف كالناقل الأومي عندما يمر فيها تيار ثابت .

4 – يجب أن اعرف أن التوتر (u_b) بين طرفي الوشيعة هو مجموع توترين $u_b = ri + L\dfrac{di}{dt}$

5 – يجب أن أعرف أن الوشيعة تخزّن طـاقة مغناطيسية ولا تخزّن الشحن الكهربائية ، ولا يمكن استعمال هذه الطـاقة غير مبـاشرة .

6 – يجب أن أعرف أنه عند ربط وشيعة لطرفي مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E ، فإن التوتر بين طرفي الوشيعة يرتفع إلى أعظم قيمة ثم يشرع في التناقص إلى أصغر قيمة له في بداية النظام الدائم .

7 – يجب أن أعرف أن عند قطع التيار عن الوشيعة تتحوّل الطاقة المغناطيسية فيها إلى طـاقة كهربائية ويمكن الحصول على توتر عال جدا بين طرفي ناقل أومي مربوط معها على التفرّع .

8 – يجب أن أعرف كتابة المعادلتين التفاضليتين اللتين يخضع لها المقداران i ، u_R و u_b أثناء تطبيق وأثناء قطع التيار .

9 – يجب أن أعرف كيفية حل هاتين المعادلتين ورسم البيانات الخاصة بـ $i = f(t)$ ، $u_R = g(t)$ ، $u_b = h(t)$

10 – يجب أن أعرف كيفية استخراج ثابت الزمن من هذه البيانات .

تطبيق التيار في RL

تطور التيار والتوتر بين طرفي الوشيعة

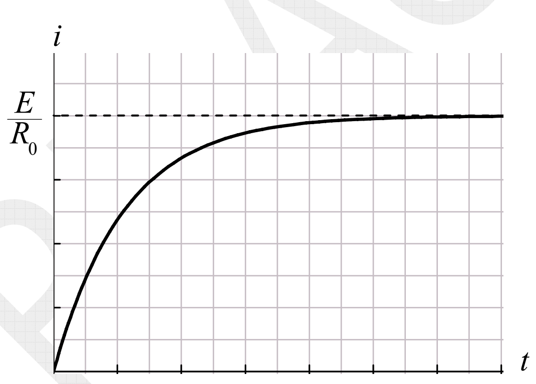
شدة التيار

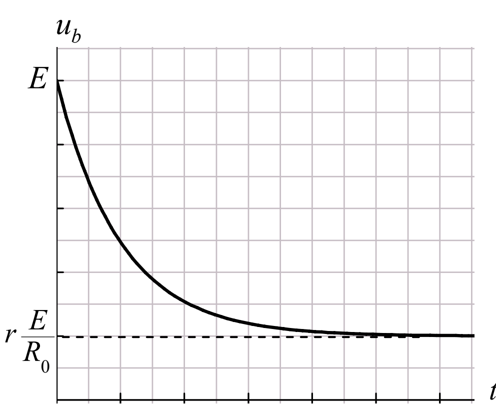
$$i = \frac{E}{R_0}\left(1 - e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)$$

التوتر الكهربائي

$$u_b = r\frac{E}{R_0} + Ee^{-\frac{R_0}{L}t}\left(1 - \frac{r}{R_0}\right)$$

اعتبرنا $R_0 = R + r$ حيث R_0 هي مقاومة الدارة ، وبالتالي $I = \frac{E}{R_0} = \frac{E}{R+r}$





قطع التيار في RL

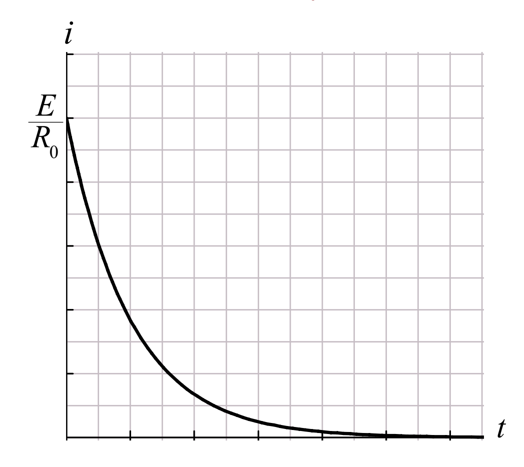
تطور التيار والتوتر بين طرفي الوشيعة

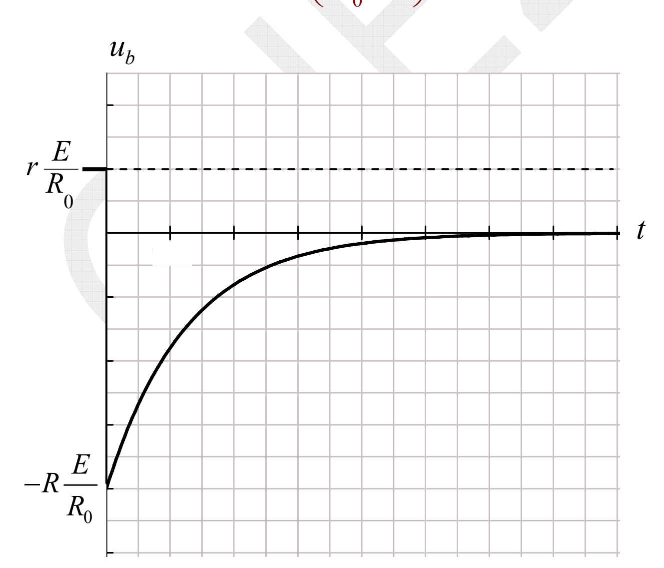
شدة التيـار

$$i = \frac{E}{R_0}e^{-\frac{R_0}{L}t}$$

التوترالكهربـائي

$$u_b = E\, e^{-\frac{R_0}{L}t}\left(\frac{r}{R_0} - 1\right)$$





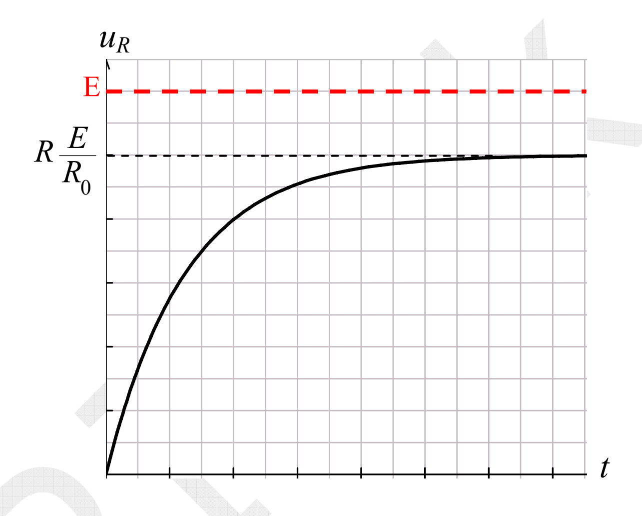
تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي

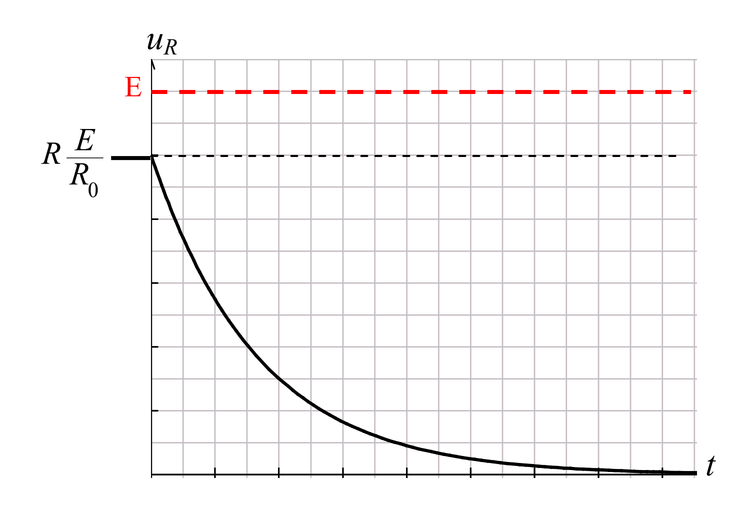
أثنـاء تطبيق التيار

$$u_R = R\frac{E}{R_0}\left(1-e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)$$

أثنـاء قطع التيار

$$u_R = R\frac{E}{R_0}e^{-\frac{R_0}{L}t}$$





ثابت الزمن $\tau = \frac{L}{R_0}$ هو مقدار متجانس مع الزمن ، وطرق استخراجه من كل هذه البيانات هي نفس الطرق التي أشرنا لها في ثنائي القطب RC .

الطاقة المغناطيسية المخزنة في وشيعة : $E = \frac{1}{2}Li^2$ ، **أعظم طاقة تتخزّن في الوشيعة** : $E = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R_0}\right)^2$

المعادلات التفاضلية التي تخضع لها المقادير i ، u_R ، u_b

تطبيق التيــار

شدة التيار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L}i = \frac{E}{L}$

التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $\frac{du_R}{dt} + \frac{R_0}{L}u_R = \frac{ER}{L}$

التوتر بين طرفي الوشيعة $\frac{du_b}{dt} + \frac{R_0}{L}u_b = \frac{rE}{L}$

قطع التيــار

شدة التيار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L}i = 0$

التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $\frac{du_R}{dt} + \frac{R_0}{L}u_R = 0$

التوتر بين طرفي الوشيعة : $\frac{du_b}{dt} + \frac{R_0}{L}u_b = 0$

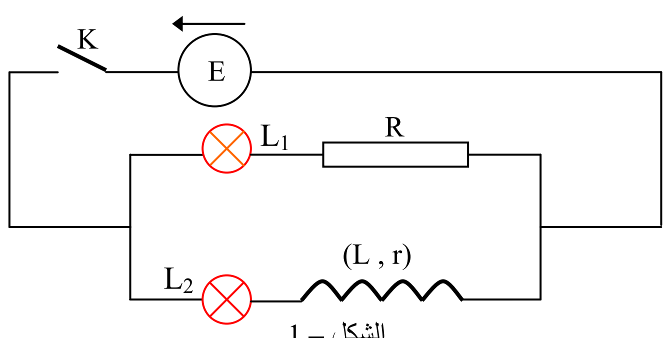
1 – الوشيعة

تجربة :

نربط في دارة كهربائية مولدا للتوتر ومصباحين متماثلين وناقلا أوميّا مقاومته R وشيعة مقاومتها r ، بحيث $R = r$ (الشكل – 1) .

لما نغلق القاطعة نلاحظ :

- المصباح L_1 يشتعل في اللحظة التي نغلق فيها القاطعة .
- المصباح L_2 يشتعل تدريجيا .
- بعد مدة قصيرة تصبح قوة الإضاءة في المصباحين متماثلة .



الشكل – 1

التفسير :

الوشيعة تقاوم تطبيق التيار الكهربائي في مرحلة قصيرة ، وبعد أن تصل قيمة شدة التيار إلى أعظم قيمة لها تصبح الوشيعة مجرد ناقل أومي ، إذن نحدد نظامين ، الأول **انتقالي** والثاني **دائم** بعد أن تصبح شدة التيار عظمى .

إذن الوشيعة ليست مجرد ناقل أومي

ملاحظة : الناقل الأومي يقاوم التيار ، لكن لا يقاوم تغيّر التيار ، أي أن قيمة الشدة التي يسمح بها الناقل الأومي بالمرور تمر بمجرد تطبيق التيار ، أما الوشيعة لها خاصيتان : خاصية مقاومية وخاصية تحريضية ، فهذه الخاصية الأخيرة تظهر في الوشيعة عندما يكون التيار يتغير ، وبمجرّد أن يصبح ثابتا تصبح للوشيعة فقط الخاصية المقاومية .

2 – التوتر بين طرفي الوشيعة :

نركب بين النقطتين A و B وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L . (الشكل -2)

$|e| = L\frac{di}{dt}$ ، $r\,i$ ، i ، A ، e ، r ، B

الشكل - 2

فإذا كانت شدّة التيار المار فيها i متغيّرة (أي $\frac{di}{dt} \neq 0$) ، تنشأ في الوشيعة قوة محركة كهربائية $e = -L\frac{di}{dt}$ ، وبالتالي يكون فرق الكمون بين طرفيها : $u_{AB} = r\,i - e$

$$u_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}$$

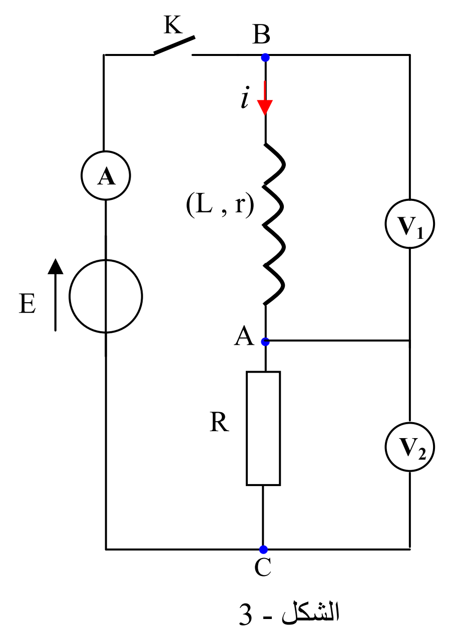
في النظام الدائم تكون شدة التيار ثابتة ، وبالتالي $\frac{di}{dt} = 0$ ، ويكون تصرف الوشيعة هو تصرف ناقل أومي فيصبح التوتر بين طرفيها :

$$u_{AB} = r\,i$$

ملاحظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة ، نسمي الوشيعة عندئذ : وشيعة مثالية ، أو وشيعة صافية .

3 – الدراسة التجريبية

أ – النظام الدائم :



الشكل - 3

نركّب الدارة المبيّنة في الشكل – 3 باستعمال مولد للتوتر نعتبره مثاليا قوته المحركة الكهربائية $E = 4\ V$.

بعد غلق القاطعة K نتحصّل على النتائج التالية :

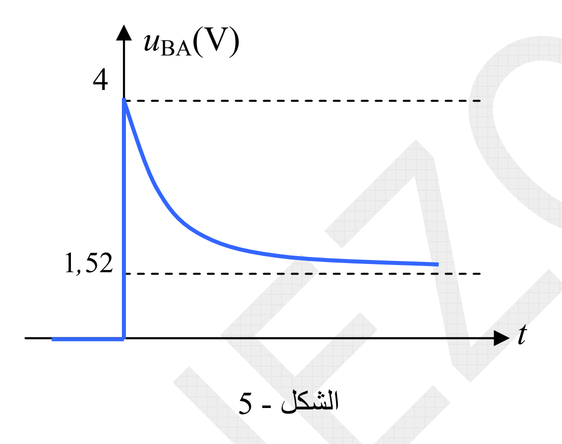
- إشارة مقياس الأمبير A : $I = 185\ mA$
- إشارة مقياس الفولط V_1 : $U_{BA} = 1,52\ V$
- إشارة مقياس الفولط V_2 : $U_{AC} = 2,47\ V$

نستنتج من هذه القياسات : $r = \dfrac{U_{BA}}{I} = \dfrac{1,52}{0,185} = 8,2\ \Omega$

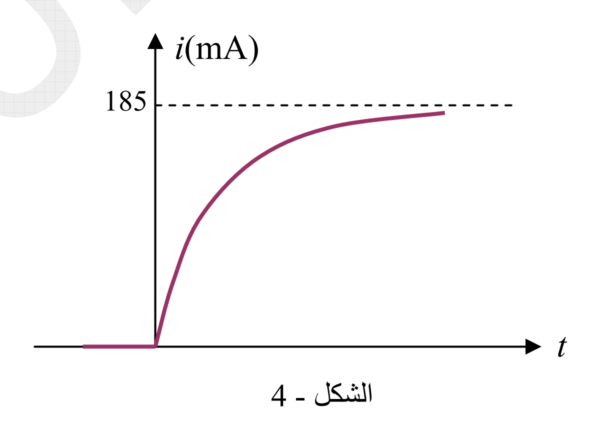
$$R = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{2,47}{0,185} = 13,3\ \Omega$$

ب – النظام الإنتقالي :

باستعمال نفس الدارة الكهربائية وإلحاقها بتجهيز خاص يسمح بمشاهدة $i(t)$ و u_{BA} على جهاز كمبيوتر نحصل البيانين في الشكلين 4 و 5 ، وذلك بعد غلق القاطعة .



الشكل - 5



الشكل - 4

نلاحظ :

- شدة التيار في الدارة تتطوّر حسب علاقة أسيّة (في الشكل – 4) ، وذلك من القيمة 0 إلى القيمة 185 mA ، وهذه القيمة هي :

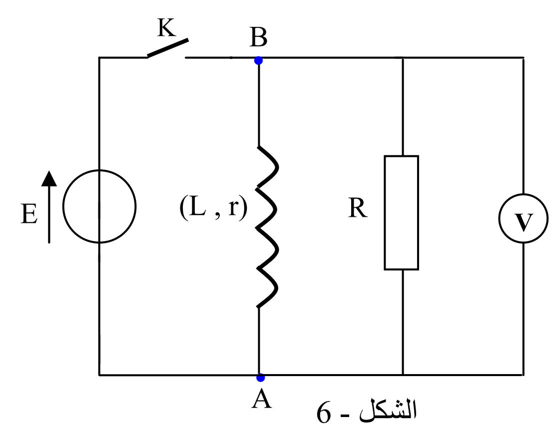
$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{4}{13,3 + 8,2} = 0,186\ A \approx 185\ mA$$

- التوتر بين طرفي الوشيعة يقفز مباشرة إلى القيمة 4 V (قيمة E) (في الشكل – 5) ثم يشرع في التناقص إلى القيمة الحديّة 1,52 V .

هذه القيمة للتوتر هي نفسها التي كانت بين طرفي الوشيعة خلال النظام الدائم وتمثل rI .

4 - قطع التيار في دارة الوشيعة (تقصير دارة الوشيعة)

نركب في الدارة الكهربائية في الشكل – 6 ناقلا أوميا مقاومته $R = 1\ k\Omega$ على التفرّع مع وشيعة مقاومتها $r = 8\ \Omega$ وذاتيتها L .



الشكل - 6

نستعمل مولدا للتوتر ($E = 4\ V$, $r \approx 0$) .

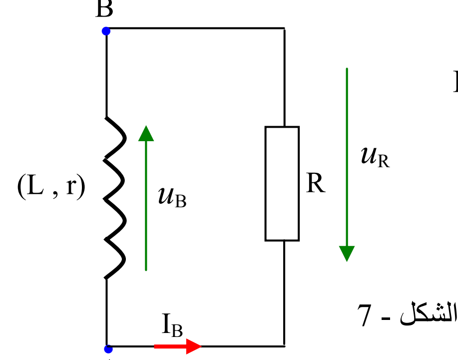
نغلق القاطعة ، فيشير مقياس الفولط إلى للقيمة $E = 4\ V$.

نحسب شدة التيار في الفرعين في النظام الدائم :

في الناقل الأومي : $I_R = \frac{E}{R} = \frac{4}{1000} = 4 \times 10^{-3}\ A$

في الوشيعة : $I_B = \frac{E}{r} = \frac{4}{8} = 0,5\ A$

نرفع معيار مقياس الفولط تحسّبا لأي ارتفاع في التوترات ، ثم نفتح القاطعة فنلاحظ إبرة مقياس الفولط تنحرف في الجهة المعاكسة للجهة التي انحرفت فيها عند غلق القاطعة (صفر الجهاز يتوسط الواجهة) ، وهذه القيمة أكبر بكثير من E .



الشكل - 7

تفسير الظاهرة : (الشكل – 7)

عند فتح القاطعة ينعدم التيار في الناقل الأومي (لأن $E = 0$) ، ويمر الآن في الدارة التيار I_B الذي كان يمر في الوشيعة ، لأنه لا ينعدم فجأة بل يتناقص تدريجيا . وبالتالي يبلغ التوتر بين طرفي الناقل الأومي القيمة :

$$|u_R| = u_B = RI_B = 1000 \times 0,5 = 500\ V$$

هل عرفت الآن سبب انحراف إبرة مقياس الفولط في الجهة المعاكسة ؟

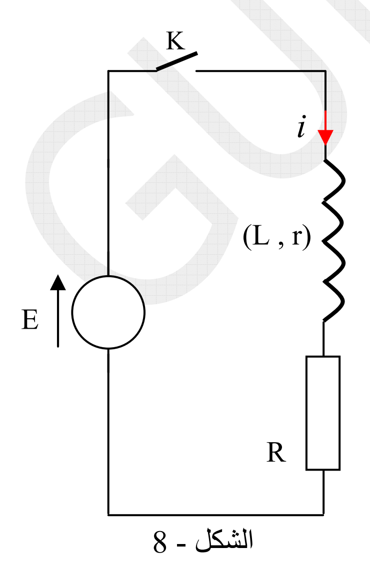
ملاحظة : تستعمل هذه الظاهرة في تشغيل المحركات الإنفجارية (السيارات) التي تحتاج إلى توتر عال لا توفره البطارية .

ملاحظة :

لو قطعنا التيار في الدارة (الشكل – 3) ، لحصلنا على توتر بين طرفي الوشيعة $u_b = -RI$ ، حيث I هي شدة التيار التي كانت تمر في الوشيعة والناقل الأومي (لأنهما على التسلسل) . $I = \frac{E}{R+r}$. (يُنصح تجنّب ذلك لأن الدارة غير محمية)

5 – الدراسة النظرية للوشيعة

5 – 1 – تطبيق التيار



الشكل - 8

نعتبر في كل ما يلي $R_0 = R + r$ ، حيث R_0 هي مقاومة الدارة .

عند غلق القاطعة K في الشكل – 8 يصبح التوتر بين طرفي ثنائي القطب RL : $u = E$

لدينا حسب قانون جمع التوترات : $u_R + u_b = E$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$$

$$R_0 i + L\frac{di}{dt} = E$$

وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على L ، نكتب : $\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L}i = \frac{E}{L}$ (1)

تخضع شدة التيار في ثنائي القطب RL للمعادلة التفاضلية :

$$\frac{di}{dt}+\frac{R_0}{L}i=\frac{E}{L}$$

هذه المعادلة التفاضلية لها حل من الشكل : $i=Ae^{\alpha t}+B$ (2)

حيث : A ، B ، α عبارة عن ثوابت تختلف عن الصفر .

لكي نحدّد B ، α نعوّض في المعادلة (1) : $i=Ae^{\alpha t}+B$ و $\frac{di}{dt}=A\alpha e^{\alpha t}$ ، ونكتب بذلك :

$$A\alpha e^{\alpha t}+\frac{R_0}{L}\left(Ae^{\alpha t}+B\right)=\frac{E}{L}$$

$$Ae^{\alpha t}\left(\alpha+\frac{R_0}{L}\right)+\frac{BR_0}{L}=\frac{E}{L} \qquad (3)$$

للتّبسيط : لدينا في المعادلة (3) الطرف الأيمن $\frac{E}{L}$ عبارة عن قيمة ثابتة ، أما الطرف الأيسر يتغير بدلالة الزمن ، وهذا غير معقول ،

ولكي يكون معقولا يجب أن يكون هذا الطرف مستقلا عن الزمن .

من أجل هذا يجب أن يكون إما العامل $Ae^{\alpha t}$ معدوما ، وهذا غير ممكن لأن $A\neq 0$ و $e^{\alpha t}$ دائما موجب ، أو العامل $\alpha+\frac{R_0}{L}=0$

وهذا ممكن ، وذلك لكي يصبح الطرف الأيسر مساويا لـ $\frac{BR_0}{L}$ ، أي قيمة ثابتة مثل الطرف الأيمن .

وبالتالي $\alpha=-\frac{R_0}{L}$ و $B=\frac{E}{R_0}$.

نستنتج A من المعادلة (2) ، حيث تكون عند اللحظة $t=0$ شدة التيار في الوشيعة $i=0$.

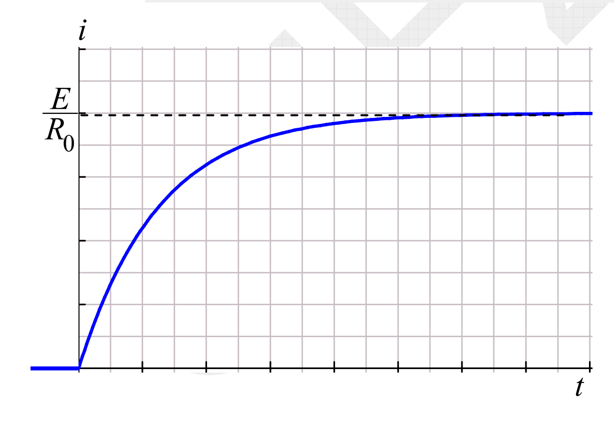
بالتعويض : $0=Ae^{0}+B$ ، إذن $A=-B=-\frac{E}{R_0}$.

شدة التيار الكهربائي في النظام الانتقالي عند تطبيق التيار

$$i=\frac{E}{R_0}\left(1-e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)$$

التمثيل البياني $i=f(t)$

- عند $t=0$ يكون $i=0$
- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن i يؤول إلى $i=\frac{E}{R_0}$



نستنتج العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي الوشيعة من العلاقة : $u_b=ri+L\frac{di}{dt}$

$$u_b=r\left(\frac{E}{R_0}\left(1-e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)\right)+L\frac{E}{R_0}\frac{R_0}{L}e^{-\frac{R_0}{L}t}=r\frac{E}{R_0}+Ee^{-\frac{R_0}{L}t}\left(1-\frac{r}{R_0}\right)$$

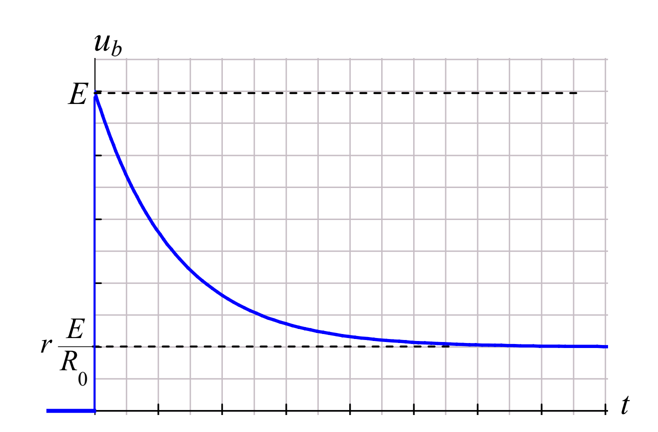
عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة في النظام الانتقالي عند تطبيق التيار

$$u_b=r\frac{E}{R_0}+Ee^{-\frac{R_0}{L}t}\left(1-\frac{r}{R_0}\right)$$

التمثيل البياني $u_b = f(t)$

- عند $t = 0$ يكون $u_b = r\dfrac{E}{R_0} + E - \dfrac{Er}{R_0} = E$

- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن u_b يؤول إلى $u_b = r\dfrac{E}{R_0}$



5 – 2 – قطع التيار

قطع التيار عن ثنائي القطب معناه جعل E = 0 في الدارة المركبة في الشكل – 6 (عزل المولّد) .

في هذه الحالة يعطينا قانون أوم في جمع التوترات : $u_R + u_b = 0$

$$R_0 i + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (4)$$

تخضع شدة التيار في ثنائي القطب RL للمعادلة التفاضلية :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L} i = 0$$

هذه المعادلة التفاضلية لها حل من الشكل : $i = Ae^{\alpha t} + B \qquad (5)$

حيث : A ، B ، α عبارة عن ثوابت ، حيث A و α يختلفان عن الصفر .

لكي نحدّد B ، α نعوّض في المعادلة (4) : $i = Ae^{\alpha t} + B$ و $\dfrac{di}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$ ، ونكتب بذلك :

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{R_0}{L}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = 0$$

$$Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{R_0}{L}\right) + \frac{BR_0}{L} = 0 \qquad (6)$$

حتى تكون المعادلة (6) محققة يجب أن يكون $\alpha = -\dfrac{R_0}{L}$ و $B = 0$.

نستنتج A من المعادلة (5) ، حيث تكون عند اللحظة $t = 0$ شدة التيار في الوشيعة $i = \dfrac{E}{R_0}$.

بالتعويض : $\dfrac{E}{R_0} = Ae^0 + B$ ، إذن $A = \dfrac{E}{R_0}$.

شدة التيار الكهربائي في النظام الانتقالي عند قطع التيار

$$i = \frac{E}{R_0} e^{-\frac{R_0}{L}t}$$

التمثيل البياني $i=f(t)$

- عند $t=0$ يكون $i=\frac{E}{R_0}$

- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن i تؤول نحو الصفر .

نستنتج العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي الوشيعة من العلاقة : $u_b = ri + L\frac{di}{dt}$

$$u_b = r\frac{E}{R_0}e^{-\frac{R_0}{L}t} - L\frac{E}{R_0}\frac{R_0}{L}e^{-\frac{R_0}{L}t} = E\,e^{-\frac{R_0}{L}t}\left(\frac{r}{R_0}-1\right)$$

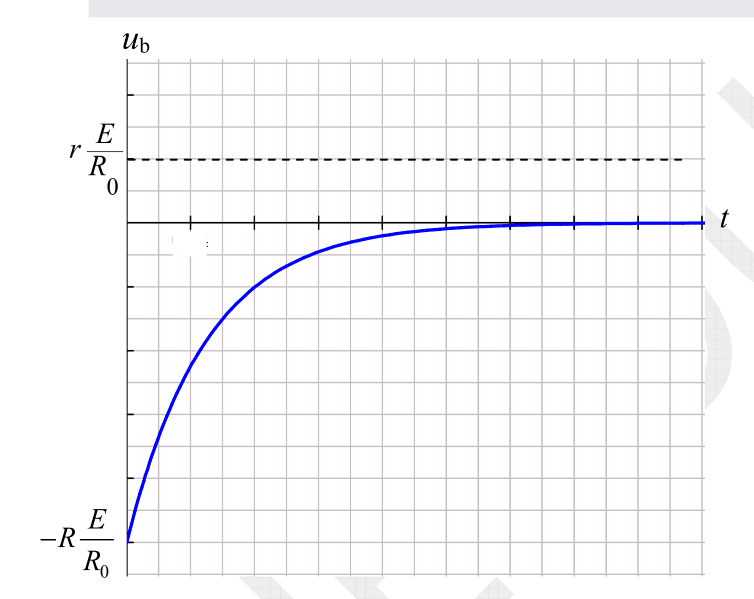
عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة في النظام الانتقالي عند قطع التيار

$$u_b = E\,e^{-\frac{R_0}{L}t}\left(\frac{r}{R_0}-1\right)$$

التمثيل البياني $u_b=f(t)$

- عند $t=0$ يكون $u_b=-R\frac{E}{R_0}$

- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن u_b تؤول نحو الصفر



6 – تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي

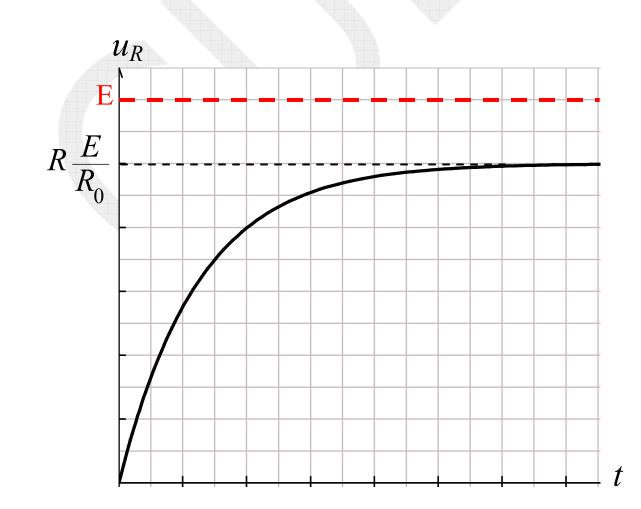
6 – 1 عند تطبيق التيار :

لدينا التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $u_R = Ri = R\frac{E}{R_0}\left(1-e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)$

التمثيل البياني $u_R=f(t)$

- عند $t=0$ يكون $u_R=0$

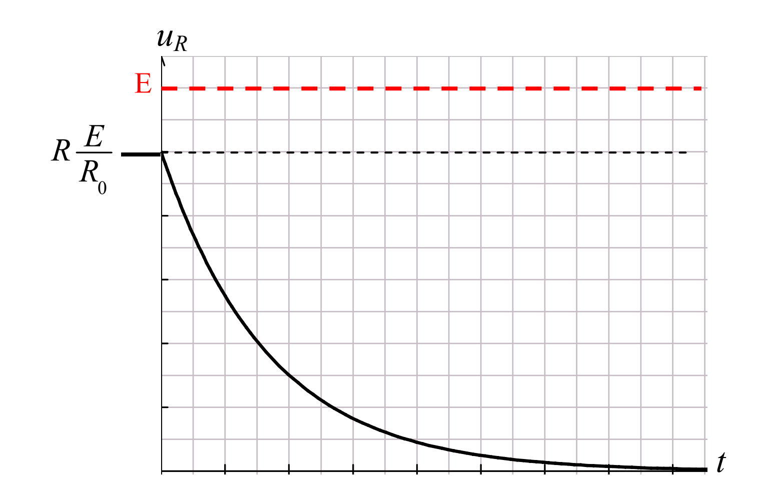
- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن u_R تؤول نحو $u_R=R\frac{E}{R_0}$



ملاحظة : إذا كانت الوشيعة مثــالية (صرفة) فإن u_R يؤول نحو E

6 – 2 عند قطع التيار

لدينا التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $u_R = Ri = R\frac{E}{R_0}e^{-\frac{R_0}{L}t}$

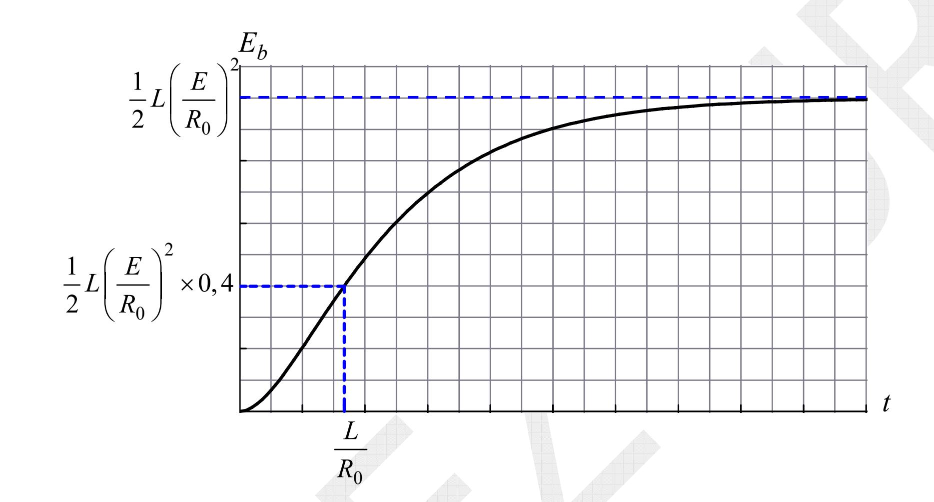


التمثيل البياني $u_b = f(t)$

- عن $t=0$ يكون $u_R = R\frac{E}{R_0}$
- عندما t يؤول إلى ما لا نهاية ، فإن u_R يؤول نحو الصفر .

7 – تطور الطـاقة المخزنة في الوشيعة

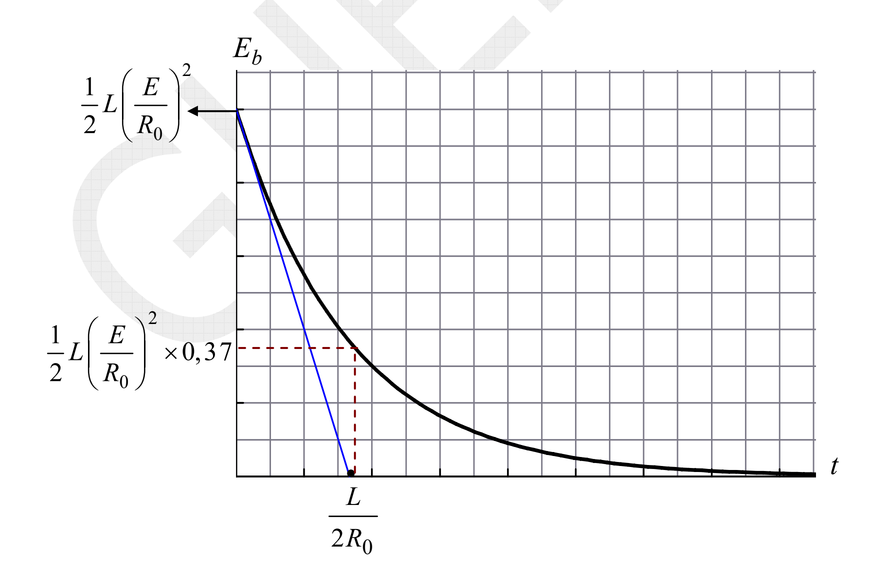
لدينا $E_b = \frac{1}{2}Li^2$



تطور الطاقة أثنــاء تطبيق التيار

$$E_b = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R_0}\right)^2\left(1-e^{-\frac{R_0}{L}t}\right)^2$$

عند $t = \tau = \frac{L}{R_0}$ تكون الطاقة المخزنة في الوشيعة 40% من الطاقة الأعظمية



تطور الطاقة أثنــاء قطع التيار

$$E_b = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R_0}\right)^2 e^{-2\frac{R_0}{L}t}$$

المماس عند $t=0$ يقطع محور الزمن في $t = \frac{\tau}{2} = \frac{L}{2R_0}$

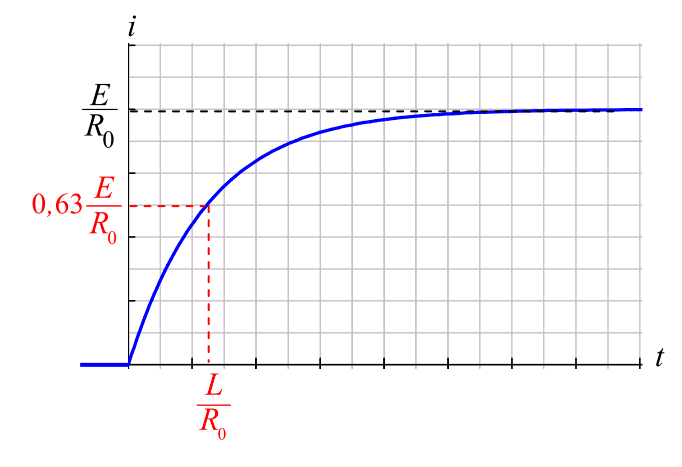
4 – ثابت الزمن

4 – 1 - تعريفه

ثابت الزمن هو $\tau = \frac{L}{R_0}$ ، وهو متجانس مع الزمن ، أي يُقاس بالثانية (s) ، يمثّل حوالي $\frac{1}{5}$ من مدة النظام الانتقالي .

نستخرجه من البيانات السابقة بنفس الطرق التي استعملناها في ثنائي القطب RC

مثلا : في البيان $i = f(t)$ عند تطبيق التيار .



4 – 2 التحليل البعدي لثابت الزمن :

لدينا $e = L\frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{e\,dt}{di}$ ، أي أن $[L] = \frac{[U][T]}{[I]}$

ولدينا كذلك : $[R] = \frac{[I]}{[U]}$ ، وبالتالي : $[\tau] = \left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[U][T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$

الثابت $\tau = \frac{L}{R_0}$ مقدار متجانس مع الزمن

1 - تجربة تبيّن أحد استعمالات الطاقة المغناطيسية المخزّنة في الوشيعة

نركب الدارة الموضحة في الشكل - 1

الوشيعة : ذاتيتها $L = 11{,}4\ mH$ ومقاومتها r .

مولد التوتر : قوته المحركة الكهربائية $E = 6\ V$ ومقاومته مهملة

المكثّفة : سعتها $C = 5\ \mu F$

الصمام الثنائي D : الصمام الثنائي هو عنصر كهربائي يسمح للتيار الكهربائي بالمرور في جهة واحدة فقط (جهة السهم) ويمنعه من المرور في الجهة الأخرى

الشكل - 1

– نغلق القاطعة K فيشير مقياس الأمبير في النظام الدائم إلى القيمة $I = 0{,}76\ A$

المكثفة لا تُشحنُ لأن الصمام يمنع مرور التيار لها .

نفتح القاطعة فيشير مقياس الفولط إلى القيمة $U_{MA} = 28\ V$ ، فتُشحنُ المكثفة .

بعد فتح القاطعة ، التيار يمر في الدارة في نفس الجهة التي كان يمر فيها قبل فتح القاطعة (حتى لو لم يوجد الصمام بعد فتح القاطعة) .

الصمام يمنع تفريغ المكثفة في الوشيعة .

الطاقة المخزّنة في الوشعة بعد غلق القاطعة : $E_b = \frac{1}{2}LI^2$

الطاقة المخزنة في المكثفة بعد فتح القاطعة : $E_c = \frac{1}{2}CU^2$

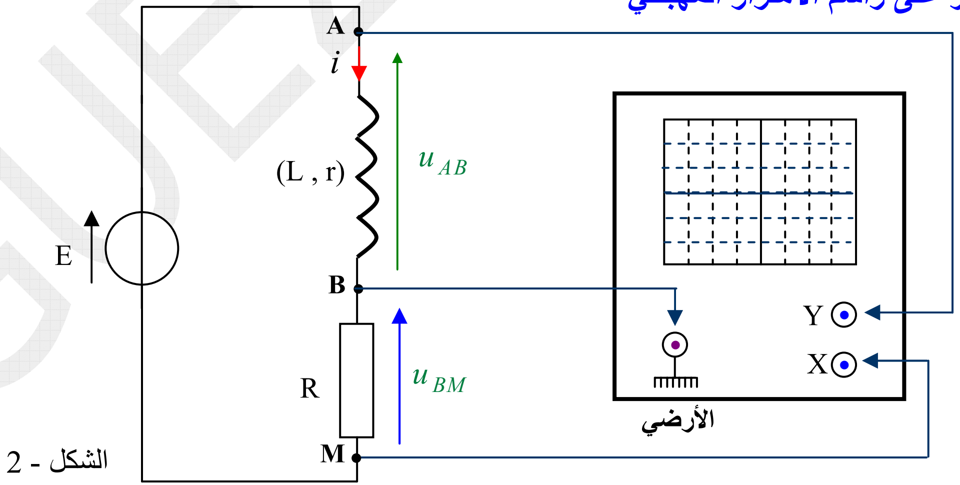
مردود تحويل الطاقة هو : $\eta = \frac{E_c}{E_b} = \frac{CU^2}{LI^2} = \frac{0{,}5\times10^{-6}\times(28)^2}{0{,}0114\times(0{,}76)^2} = 0{,}6$

هذا يكافئ مردودا قدره $60\ \%$.

رغم أن المردود يظهر ضعيفا ، إلا أننا استطعنا شحن المكثفة تحت توتر قدره $28\ V$ ، وهو أكبر بكثير من E

شُحنت المكثفة بالقوة المحركة الكهربائية التي نشأت في الوشيعة لحظة فتح القاطعة

2 - كيفية مشاهدة التوتر على راسم الاهتزاز المهبطي



الشكل - 2

لم نمثل في هذا الرسم البسيط أزرار التحكم في الجهاز ، بل اكتفينا بكيفية ربطه فقط . (الشكل 2)

يتوسط الشاشة محوران متعامدان ، المحور الشاقولي هو التوتر والمحور الأفقي هو الزمن .

لكي نشاهد توترا بين نقطتين نربط إحدى النقطتين **لأرضي** راسم الإهتزاز المهبطي والنقطة الأخرى لأحد **المدخلين** X أو Y .

فإذا ربطنا النقطة B للأرضي والنقطة A لأحد المدخلين نشاهد على شاشة راسم الإهتزاز المهبطي التوتر u_{AB} ، أي $V_A - V_B$.

ثنائي قطب

u_{AB} ، i ، A ، B

فإذا كان التيار يمر من A نحو B ، فإن V_A يكون أكبر من V_B . (V هو كمون النقطة) .

إذا كان هذا التوتر ثابتا نشاهد خطا أفقيا على الشاشة في النصف العلوي منها .

مقدار انحراف الخط يتعلق بقيمة التوتر بين النقطتين .

الحساسية الشاقولية : هو السلم على محور التراتيب ، أي هي عدد الفولطات لكل تدريجة على المحور الشاقولي . (V/div)

الحساسية الأفقية (سرعة المسح الأفقي) : هو السلم على محور الفواصل ، أي عدد الثواني أو أجزاء الثواني لكل تدريجة على المحور الأفقي (s/div) .

ملاحظة : راسم الإهتزاز عبارة عن مقياس فولط وليس مقياس أمبير ، فهو يرسم التوتر بين نقطتين بدلالة الزمن ، لا يرسم شدة التيار بدلالة الزمن .

لكن يمكن أن نشاهد عليه صورة لشدة التيار بدلالة الزمن ، فإذا أردنا هذا نربط إليه طرفي ناقل أومي فنشاهد التوتر $u = R\,i$ ، معناه نشاهد شدة التيار مضروبة في عدد هو R . فإذا كان التوتر الذي شاهدناه شكله هكذا

فإن شدة التيار تكون إما هكذا أو هكذا

في التركيب في الشكل – 2 نشاهد :

في المدخل X : التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_{MB} = -u_{BM}$

في المدخل Y : التوتر بين طرفي الوشيعة u_{AB}

كيفية كتابة المعادلات التفاضلية عند تطبيق وقطع التيار - ثنائي القطب RL

1 – أثناء تطبيق التيار

المعادلة التي تخضع لها شدة التيار في الدارة :

حسب قانون جمع التوترات : $u_R + u_b = E$

$R\,i + r\,i + L\dfrac{di}{dt} = E$ ، نضع $R + r = R_0$ ، وبالتالي : $R_0 i + L\dfrac{di}{dt} = E$

وبتقسيم طرفي المعادلة على L نكتب :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L}i = \frac{E}{L}$$

المعادلة التي يخضع لها التوتر بين طرفي الناقل الأومي :

حسب قانون جمع التوترات : $u_b + u_R = E$

$R_0\,i + L\dfrac{di}{dt} = E$ ، ولدينا : $i = \dfrac{u_R}{R}$ ، وبالتالي $R_0\dfrac{u_R}{R} + L\dfrac{d\frac{u_R}{R}}{dt} = E$

$\dfrac{R_0}{R}u_R + \dfrac{L}{R}\dfrac{du_R}{dt} = E$ ، وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على $\dfrac{L}{R}$ نجد المعادلة التفاضلية المطلوبة :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R_0}{L}u_R = \frac{ER}{L}$$

المعادلة التي يخضع لها التوتر بين طرفي الوشيعة :

لدينا $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{R_0}{L}u_R = \dfrac{ER}{L}$ ، ولدينا كذلك من قانون جمع التوترات $u_b = E - u_R$ ، وبالتالي :

$\dfrac{d}{dt}(E - u_b) + \dfrac{R_0}{L}(E - u_b) = \dfrac{ER}{L}$ ، $-\dfrac{du_b}{dt} + \dfrac{R_0 E}{L} - \dfrac{R_0}{L}u_b = \dfrac{ER}{L}$

$\dfrac{du_b}{dt} + \dfrac{R_0}{L}u_b = \dfrac{R_0 E}{L} - \dfrac{ER}{L}$ ، $\dfrac{du_b}{dt} + \dfrac{R_0}{L}u_b = \dfrac{(R+r)E}{L} - \dfrac{ER}{L} = \dfrac{rE}{L}$

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R_0}{L}u_b = \frac{rE}{L}$$

2 - أثناء قطع التيـار

نتبع نفس الخطوات بتطبيق قانون جمع التوترات : $u_R + u_b = 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_0}{L}i = 0$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R_0 + r}{L}u_R = 0$$

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R_0}{L}u_b = 0$$